

Ce document explique les choix de Cap Maths pour ce domaine depuis sa première édition.

♦ **Construire le sens de la grandeur** : Les chercheurs ont mis en évidence l'importance de comprendre la grandeur travaillée, et ce, **avant d'aborder sa mesure**. La **grandeur** est une propriété particulière, physique ou géométrique, d'un objet. La **mesure** est un nombre qui quantifie cette grandeur, une unité étant choisie. Les **concepts de grandeur** (longueur, aire, contenance, volume) se construisent dans des **problèmes de comparaison** : la notion d'aire se conçoit, par exemple en comparant par superposition deux surfaces, si besoin en les transformant par découpage et recollement, la notion de contenance se construit dans des expériences de transvasement d'un récipient à un autre.

♦ **Appuyer l'apprentissage de la grandeur et de la mesure sur la résolution de problèmes dans des contextes matériels ou sociaux**

C'est en résolvant des problèmes proches de ceux posés dans la vie courante que les élèves comprennent les notions en jeu et construisent des procédures adéquates.

Ces problèmes sont de plusieurs types :

– problèmes de **comparaison**, par exemple de volumes d'assemblages de cubes, se résolvant par dénombrement des cubes formant les assemblages ;

– problèmes amenant à une **estimation de mesure** et à une **mesure effective par report d'une unité ou en utilisant un instrument** (instrument de mesure de longueur, balance, horloge, chronomètre...) et à utiliser les unités usuelles ;

– problèmes demandant des **calculs de mesures**, par exemple : recherche d'une masse totale, d'une distance, d'un rapport de contenance, d'une durée. Ces problèmes peuvent nécessiter d'exprimer les mesures dans la même unité et de prendre des informations sur des documents divers (horaires de transports, plans, cartes...).

♦ **Faire comprendre que les unités de mesure font partie d'un système décimal** :

– signification des préfixes (kilo-, hecto-, déca-, déci-, centi-, milli-) ;

– expression de la relation entre deux unités de mesure à l'aide des unités de numération ;

– expression d'une mesure par une écriture avec une virgule.

Les apprentissages sur les **longueurs (y compris les périmètres)**, les **aires**, les **contenances**, les **durées** et les **angles** se consolident, se complètent et se structurent au CM2 (pour les angles, se reporter à la partie Géométrie). La notion de **volume** est abordée.

■ Longueur

La **grandeur longueur** a été construite au cycle 2. Des longueurs ont été ensuite mesurées ou calculées et exprimées dans des unités usuelles. Au CM1, les unités de **l'ensemble du système métrique** (du mm au km) ont été utilisées et **leur relation au mètre**, ainsi que les relations entre certaines unités les plus usitées, mémorisées.

Il est important que les élèves aient construit un **ordre de grandeur** pour ces unités, en se référant aux instruments de mesure (double décimètre, mètre pliant, décamètre...) ou en mémorisant des grandeurs dans leur environnement : « la longueur de ma règle fait environ 2 dm, la règle de tableau mesure 1 m, la distance de l'école à la mairie est 2 km »... **Les relations connues entre ces unités** (par exemple : 1 km = 1 000 m ; 1 m = 100 cm ; 1 cm = 10 mm) sont utilisées pour exprimer une mesure dans une autre unité, éventuellement en faisant des calculs intermédiaires.

Exemple 1 : Pour exprimer 5 dam en cm.

On sait que 1 dam = 10 m, donc

5 dam = 5 × 10 m = 50 m et que

1 m = 100 cm, donc

5 dam = 50 × 100 cm = 5 000 cm.

Exemple 2 : Pour exprimer 25 cm en m.

On sait que $1 \text{ cm} = \frac{1}{100} \text{ m}$,

donc $25 \text{ cm} = 25 \text{ fois } 1 \text{ cm} = 25 \text{ fois } \frac{1}{100} \text{ m}$

$= \frac{25}{100} \text{ m} = 0,25 \text{ m}$

■ Périmètre

Le périmètre d'une surface est défini comme la **longueur de son contour** : si la surface est un **polygone**, le périmètre est égal à la **somme des longueurs de ses côtés**. En unité 2 du CM2, la construction au compas d'un segment

ayant même longueur que le périmètre d'une figure permet de renforcer le sens de la notion. Dans le cas **d'un rectangle (ou d'un carré)**, les égalités connues entre longueurs des côtés permettent d'établir **une formule de calcul du périmètre**, qui peut être utilisée par la suite.

■ Aire

L'aire est une propriété d'une surface qui doit être distinguée de ses autres propriétés : ses dimensions, son périmètre, sa forme... Le choix a été fait au CM1 de **privilégier la construction du sens de la grandeur** : deux surfaces ont la même aire si elles sont superposables directement ou après transformation licite de l'une d'entre elles. Une unité d'aire étant choisie, la **mesure d'une aire** est le nombre d'unités contenues dans l'aire considérée. La mesure a été réalisée en CM1 par pavage de la surface avec une surface dont l'aire est une unité. Elle est plus facilement obtenue si la surface est dessinée sur un réseau ou un quadrillage, l'unité étant l'aire de la maille du quadrillage ou du réseau, qui peut être carrée ou d'une autre forme. En début d'année de CM2, ces connaissances établies au CM1 sont revues.

En unité 5 du CM2, en lien avec l'introduction de l'unité d'aire cm^2 , la **formule du calcul de l'aire d'une surface rectangulaire ou carrée** est établie et mémorisée. Elle est utilisée ensuite pour le calcul de l'aire en cm^2 de surfaces composées par la réunion de rectangles ou de carrés, puis avec d'autres **unités de mesure d'aire** (m^2 , dm^2 , mm^2). Les relations entre ces unités sont abordées en fin d'année de CM2.

■ Contenance et volume

Au cycle 2, les élèves ont construit des connaissances relatives à la grandeur **contenance**. Le sens de cette grandeur, comme la quantité de liquide pouvant être contenue dans un récipient, a été étudié au CM1 dans un problème de comparaison résolu en effectuant des transvasements. Les élèves ont utilisé **les unités usuelles de contenance** (du cL à l'hL) ainsi que leurs

relations, et conçu un **ordre de grandeur** pour ces unités en mémorisant des mesures références (une brique de lait a une contenance de 1 L ; un verre a une contenance de 10 à 15 cL...). Au CM2, ce travail est repris et l'unité mL introduite.

La **notion de volume** est abordée au CM2, dans une situation matérielle de comparaison d'assemblage de petits cubes identiques. La grandeur est ainsi abordée par sa mesure. La mesure en cm^3 d'un assemblage peut être trouvée par dénombrement des cubes de 1 cm d'arête qu'il contient. Les **unités de volume** m^3 et dm^3 sont approchées ainsi que l'équivalence entre unités de volume et de contenance, par l'observation de la contenance d'un cube de 1 dm d'arête.

La signification de la contenance d'un récipient comme volume intérieur est abordée au CM2, elle sera comprise au collège. L'étude des relations entre unités de volume, en lien avec le calcul du volume du pavé droit, relève de la 6^e.

■ Unités de mesure de longueur, de contenance et de masse

Les connaissances acquises au cycle 2 et en CM1 sur les unités de mesure de **longueur, contenance et masse** sont renforcées¹.

Les principaux objectifs du CM1 et du CM2 concernent la mise en relation des différentes unités dans un système cohérent (le **Système international d'unités**²) et la compréhension du caractère décimal de ce système, en lien avec les **unités de numération**.

Il s'agit de faire comprendre la signification **des préfixes** utilisés pour dénommer les multiples et sous-multiples du mètre, gramme, litre en **termes de groupement ou de fraction de ces unités de mesure**.

Progressivement, du CM1 au CM2, des situations amènent les élèves à repérer l'existence **de ces préfixes** et à comprendre leurs significations :

– mise en lien avec **les relations numériques entre unités de mesure** :

1 mètre = 100 centimètres

1 kilomètre = 1 000 mètres

¹ Cap Maths choisit de revenir brièvement sur les masses en proposant des problèmes d'estimation et de détermination de masses à l'aide d'une balance.

² Le Système International (SI) d'unités est fixé par le Bureau International des Poids et Mesures (créé en 1875).

Les définitions (et les symboles) des unités sont modifiés de temps à autre pour suivre l'évolution des techniques de mesure. Plus de renseignements sont disponibles sur : <http://www.bipm.org/en/measurement-units/>

1 litre = 100 centilitres
1 kilogramme = 1 000 grammes
– puis, expression avec les **unités de numération** :

1 centimètre = 1 centième de mètre

1 kilomètre = 1 millier de mètres

1 centilitre = 1 centième de litre

1 kilogramme = 1 millier de grammes

Les élèves doivent également comprendre que **deux unités de mesure (simples) voisines référées à une même grandeur (comme dm et cm) sont dans un rapport de 10** :

1 dm = 10 cm et 1 cm = 1/10 dm.

■ Expression d'une mesure dans une unité et conversion

En CE2 et en CM1, les mesures de longueur, masse, contenance sont exprimées par une notation complexe utilisant des nombres entiers et plusieurs unités (par exemple : 2 m 3 cm ou 3 kg 400 g). Elles peuvent être exprimées par un nombre décimal écrit avec une virgule (par exemple : 2,03 m ou 3,4 kg) dans une seule unité. Pour le réaliser, les élèves doivent mettre en relation ce qu'ils ont compris de l'écriture à virgule et des relations entre unités de mesure :

$$2 \text{ m } 3 \text{ cm} = 2 \text{ m} + 3 \text{ cm} = 2 \text{ m} + \frac{3}{100} \text{ m} = 2,03 \text{ m}$$

$$3 \text{ kg } 400 \text{ g} = 3 \text{ kg} + 4 \text{ hg} = 3 \text{ kg} + \frac{4}{10} \text{ kg} = 3,4 \text{ kg}$$

L'écriture avec une virgule d'une mesure est étudiée et travaillée à partir de l'unité 5 du CM2, dès lors que les connaissances des unités de numération (jusqu'au millième) et la compréhension du caractère décimal du système de mesure sont stabilisées. Les élèves utilisent ces relations pour réaliser des **conversions**.

Dans le document ressource *Grandeurs et mesures au cycle 3*³, il est mentionné : « Les tableaux des unités (ou tableaux de conversions) sont des outils efficaces pour institutionnaliser la suite des préfixes dès le cours moyen, mais les conversions s'appuyant sur les relations connues ou le sens des préfixes restent néanmoins requises, et non l'utilisation mécanique de tableaux de conversion. » Il n'est pas utile de convoquer un tableau dans des tâches simples comme la recherche de l'expression de 2 m en cm ou de

20 kg en g. Mais dans des tâches plus complexes, comme la comparaison de plusieurs grandeurs exprimées dans des unités différentes, l'utilisation d'un tel tableau peut présenter un intérêt.

Le tableau dit de conversion est en fait un tableau de numération où l'unité est mobile, ce qui peut être illustré à l'aide du glisse-nombre et d'un glisse-mesure (voir guide p. 33 et le document « Les enjeux de la numération » p.4-5 hatier-clic.fr/21CM2capgcompl02). Pour l'utiliser en y mettant du sens, les élèves doivent avoir compris que deux unités de mesure voisines sont dans un **rapport de 10** : toute unité est égale à une dizaine d'unités immédiatement plus petites et au dixième de l'unité immédiatement plus grande, ce qui est travaillé dès le CM1, mais souvent bien assimilé **qu'à partir du CM2**.

L'utilisation d'un tel tableau est présentée au CM2 en unité 4.

Le travail systématique sur les conversions relève du collège, mais il est important que les élèves prennent conscience :

- des similitudes de relations : pour les longueurs, masses, contenance, la conversion d'une unité de mesure à l'unité immédiatement plus petite se fait par multiplication par 10 ;
- des différences : pour les aires, on multiplie par 100 ; pour les durées, par 60, par 24, etc.

■ Durée

À la suite de ce qui a été travaillé au cycle 2 et au CM1, les élèves :

- connaissent les **unités de durée** : millénaire, siècle, décennie, année, mois, semaine, jour, heure, minute, seconde **et leurs relations** ;
- **lisent l'heure** sur différentes horloges en heures, minutes et secondes ;
- **utilisent les relations entre unités de mesure pour calculer des durées ou des dates ou des horaires**.

Des exercices de révision permettent tout au long de l'année de CM2 d'entraîner et de renforcer ces connaissances dans des contextes divers, proches de la vie courante. À ces contextes sont attachés des choix d'unités, des problèmes et des procédures de résolution différentes.

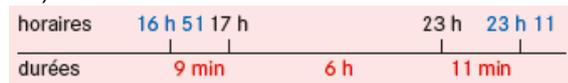
³https://cache.media.eduscol.education.fr/file/Mathematiques/16/8/RA16_C3_MATH_grand_mesur_N.D_60916_8.pdf

Révisions	Unités de mesure et problèmes posés	Contextes
Unité 1	Lecture de l'heure en heures, minutes et secondes sur une horloge à aiguilles	
Unité 3	Horaires et durées en heures, minutes et secondes – Calculer une durée connaissant deux horaires – Calculer un horaire de début ou de fin	Activité de la vie courante, transport
Unité 5	Durées en années, décennies, siècles, millénaires – Calculer une durée connaissant deux dates – Comprendre la numérotation des années, siècles et millénaires	Évènement historique, âge
Unité 7	Durées en jours, heures, minutes – Calculer une durée connaissant deux dates et horaires – Calculer une date et horaire de début ou de fin – Calcul d'un cumul de durées	Activité de la vie courante, transport sur de longues distances
Unité 8	Durées en minutes, secondes, fractions de secondes – Comparaison et rangement de durées – Calcul d'un cumul, d'un écart de durée	Épreuves sportives

Les raisonnements peuvent être conduits, suivant les unités de mesure convoquées, par comptage des siècles et années sur une frise chronologique, des mois et jours sur un calendrier ou en évoquant le déplacement des aiguilles sur une horloge à cadran. Ils peuvent être représentés par des schémas linéaires (voir ci-dessous) ; ils utilisent les relations connues entre unités de durée.

Exemples :

- Pour trouver la durée entre 16 h 51 et 23 h 11,



La durée totale est :

$$9 \text{ min} + 6 \text{ h} + 11 \text{ min} = 6 \text{ h } 20 \text{ min.}$$

- Pour additionner deux durées 3 min 35 s et 4 min 42 s, on peut additionner séparément minutes et secondes, pour obtenir 7 min 77 s, puis utiliser l'équivalence 1 min = 60 s, pour arriver à 8 min 17 s.

Conformément aux programmes, les techniques de calcul posé en base sexagésimale ne sont pas abordées. Les problèmes proposés font donc appel au calcul réfléchi en mobilisant explicitement les relations entre unités de durée.

En fin d'année de CM2, la question de la conversion d'une durée dans une unité plus grande (comme transformer des heures en jours et heures ou des minutes en heures et minutes) amène à utiliser pour cela la division euclidienne et à en interpréter le quotient et le reste.