

Compléments : problèmes et sens des opérations

I - Les enjeux de la résolution de problèmes arithmétiques

Depuis l'origine, la résolution de problèmes occupe une place centrale dans les propositions de Cap Maths. Au fil des éditions, notre réflexion s'est enrichie des retours des utilisateurs, de nos propres appréciations et des apports des chercheurs.

Ce texte a pour objectif de préciser nos orientations pour aider à la compréhension et la mise en œuvre de nos propositions.

Comment améliorer la réussite des élèves en matière de résolution de problèmes ? En reprenant l'analyse de Catherine Houdement¹, nous retenons trois enjeux essentiels qui seront ensuite analysés :

- Enrichir la mémoire des problèmes « basiques » (sens des opérations) ;
- Résoudre des problèmes « complexes », décomposables en problèmes basiques (on parle aussi de « problèmes à étapes ») ;
- Résoudre des problèmes « atypiques » qui visent l'inventivité stratégique et la prise de risque.

1. Enrichir, pour chaque élève, sa mémoire de problèmes basiques

Pour chaque élève, on attend une résolution rapide, quasi automatisée pour certains problèmes. Au CE2, il s'agit de problèmes dont l'énoncé est simple et qui peuvent se résoudre à l'aide d'une seule opération (addition, soustraction, multiplication...). L'objectif est donc d'enrichir ce qu'on appelle communément **le sens des opérations**.

Il faut souligner qu'un problème n'est pas « basique » en soi, mais qu'il ne le devient pour un individu qu'à un moment donné de ses apprentissages mathématiques. Le sens

d'une opération s'élabore progressivement et s'enrichit de nouveaux types de problèmes qui peuvent être résolus quasi-automatiquement.

À ce sujet, trois préoccupations ont guidé nos choix dans les activités que nous proposons.

a. Mettre en place un apprentissage structuré du sens des opérations.

Quels types de problèmes peuvent être visés comme basiques au CE2 ? Quels moyens didactiques sont envisageables pour atteindre cet objectif ? Cette question est traitée dans les parties II, III et IV de ce document.

b. Permettre à chaque élève d'avancer à son rythme dans cette conquête du sens des opérations.

Pour cela, nous considérons qu'il est crucial de confronter les élèves à des problèmes de différents types, certains étant pour eux déjà basiques et d'autres ne l'étant pas encore, voire étant appelés à ne le devenir que beaucoup plus tard. Pour résoudre ces derniers, les élèves ne peuvent donc pas encore solliciter l'opération sous-jacente, mais ils peuvent mobiliser d'autres procédures efficaces. Il est important également d'admettre que, à un moment donné, un même problème puisse être basique pour un élève et nécessiter une démarche d'investigation pour d'autres élèves. Cette diversité permet une confrontation fructueuse des différentes façons de résoudre un même problème. Le livret « Problèmes et énigmes » est particulièrement destiné à travailler dans cette direction, ainsi que certains problèmes proposés en fin de chaque unité (Banques de problèmes).

¹ HOUDEMMENT, C. (2017) Résolution de problèmes arithmétiques à l'école. Grand N, 100, 59-78

c. Évaluer, pour chaque élève, sa capacité à résoudre de façon quasi automatisée certains problèmes en faisant appel un calcul élémentaire².

Un tel suivi peut être réalisé en utilisant le livret « Problèmes et énigmes » ou sa version modifiable disponible sur notre site [\(Hatier-Clic → 21ce2capg06\)](#).

Pour répondre à ces 3 préoccupations, les typologies de problèmes relevant du champ additif et du champ multiplicatif sont des instruments précieux (voir parties III et IV).

2. Résoudre des problèmes « complexes » ou « problèmes à étapes ».

Il s'agit de problèmes qui peuvent être résolus en les décomposant en une suite de problèmes basiques. Leur résolution ne suppose pas seulement la capacité à résoudre les problèmes basiques sous-jacents. Elle nécessite également la capacité à identifier et connecter les informations qui permettent de reconnaître les sous-problèmes basiques et d'en planifier la résolution. Au CE2, le travail sur ces problèmes s'accroît en lien avec le développement des capacités des élèves à faire des déductions, même si le nombre d'étapes demeure souvent limité à une ou deux étapes intermédiaires. Dans certains cas, les sous-problèmes sont formulés dans l'énoncé, dans d'autres cas leur identification est laissée à la charge de l'élève. Des séances

longues d'apprentissage sont consacrées à développer les capacités des élèves pour traiter de tels problèmes (notamment en unités 2, 3 et 10).

3. Résoudre des problèmes « atypiques » qui visent l'inventivité stratégique et la prise de risque.

La résolution de ces problèmes, parfois appelés « problèmes pour chercher » ou « problèmes ouverts », suppose l'élaboration d'une stratégie, mobilise des capacités de raisonnement et renforce chez l'élève la confiance en soi, l'originalité et la persévérance. Il s'agit donc de développer chez l'élève **un comportement de chercheur**. Avant d'être reconnu comme basique, un problème est souvent résolu comme un problème atypique.

Les énigmes proposées dans le livret « Problèmes et énigmes » sont toutes à considérer comme problèmes atypiques. Certaines stratégies sont particulièrement travaillées au CE2 : inventorier toutes les solutions possibles (unité 1), procéder par essais ajustés et faire des déductions (unités 6 et 10).

² Pour les catégories de problèmes envisagés, on appelle ici « calcul élémentaire » un calcul à

2 termes (parfois 3, notamment lorsque 3 parties sont réunies en un tout).

II. Le sens des opérations : quel apprentissage ?
Considérations générales

L'expression « sens d'une opération » évoque la capacité des élèves à utiliser à bon escient cette opération pour résoudre une diversité de problèmes (voir aussi *la notion de problèmes basiques, partie I*).

La réalité est plus complexe que ne pourrait le laisser supposer l'expression « sens de l'opération ». Comme l'ont montré de nombreux travaux (en particulier en France, ceux de Gérard Vergnaud), une même opération peut être sollicitée pour résoudre une grande variété de problèmes. Il serait donc plus juste de parler des « différents sens » d'une opération.

Une problématique complexe

Si, pour certains problèmes dits « basiques », la résolution à l'aide d'un calcul élémentaire³ ne pose guère de difficultés pour la majorité des élèves, pour d'autres au contraire cette résolution rapide est acquise plus tardivement et nécessite la mise en place d'un enseignement organisé sur la base de situations appropriées.

Pour résumer cette problématique, on peut se référer aux deux schémas suivants :

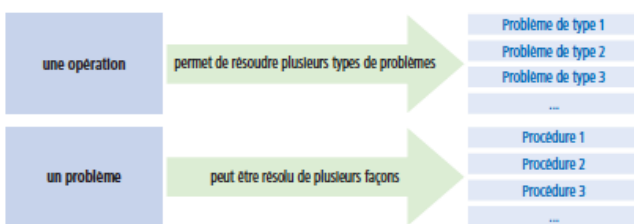


Illustration avec le cas de la soustraction

Au tout début du cycle 2, pour beaucoup d'élèves, **la soustraction permet de trouver ce qui reste** à la suite d'une diminution. En quelque sorte, **soustraire, c'est enlever**. Ce sens de la soustraction est assez tôt accessible, mais il peut aussi constituer un

³ Pour les catégories de problèmes envisagés, on appelle ici calcul élémentaire un calcul à 2 termes

obstacle pour l'accès à d'autres sens de cette opération.

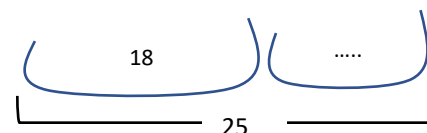
Ainsi, **la soustraction permet aussi de trouver un complément**, par exemple pour résoudre le problème :

Un sac contient 25 billes. Certaines billes sont bleues et les autres sont rouges. Il contient 18 billes bleues. Combien de billes rouges contient-il ?

Dans cette situation, il est plus naturel de se demander ce qu'il faut ajouter à 18 pour obtenir 25 que penser à soustraire 18 de 25. Autrement dit, il est plus naturel de raisonner d'un point de vue additif que d'un point de vue soustractif, et cela en utilisant une variété de procédures :

- Faire un dessin ou un schéma et dénombrer les billes bleues ;
- Compléter 18 pour obtenir 25 en avançant d'un en un au-delà de 18 et en comptant le nombre de pas nécessaires (soit oralement, soit en appui sur les doigts ou sur la file numérique) ;
- Compléter 18 pour obtenir 25 en avançant par bonds successifs, par exemple de 18 à 20, puis de 20 à 25 et en ajoutant ensuite la valeur des bonds réalisés ;
- Écrire l'addition lacunaire $18 + \dots = 25$ et trouver le résultat de diverses façons...

Ces procédures, toutes de nature additive, peuvent assez facilement être mises en relation les unes avec les autres car elles correspondent au même raisonnement qui peut être appuyé sur un schéma de la situation comme :



(parfois 3, notamment lorsque 3 parties sont réunies en un tout)

Il est plus difficile d'envisager que ces procédures et ce schéma puisse être mis en relation avec le calcul $25 - 18 = \dots$.

L'équivalence entre le calcul d'un complément et celui d'une soustraction ne va pas de soi. Elle est donc à construire avec les élèves.

La même question se pose pour d'autres catégories de problèmes qui peuvent être résolus en utilisant une soustraction (cf. « Typologie des problèmes du champ additif », [partie III](#)).

Un apprentissage nécessaire

Pour les différents sens d'une opération, deux questions se posent :

- Faut-il proposer des problèmes relevant d'un sens particulier avant qu'il soit enseigné ?
- À quel moment tel sens particulier peut-il être enseigné et comment ?

La réponse à la première question constitue un choix didactique fondamental. Le consensus est large aujourd'hui, au niveau de la recherche comme dans les programmes, pour estimer qu'il est nécessaire que les élèves aient résolu des problèmes relevant d'une opération donnée avant que celle-ci n'ait été enseignée et, lorsqu'elle l'a été, avant

qu'elle ne soit reconnue comme efficace pour traiter ces mêmes problèmes.

C'est dans cet esprit que des problèmes de répartition équitable où on cherche soit le nombre de parts obtenues soit la valeur de chaque part sont proposés tout au long du cycle 2 et particulièrement au CE2, sans nécessairement chercher à installer la division. Ils sont résolus à l'aide des opérations disponibles (addition, soustraction et multiplication). Dans le guide de l'enseignant de Cap Maths, pour chaque problème proposé dans le fichier, dans le livret « Problèmes et énigmes » ou en calcul mental, on trouve un inventaire des procédures que les élèves peuvent mobiliser et des difficultés qu'ils peuvent rencontrer.

La réponse à la deuxième question est plus délicate et doit être élaborée pour chaque opération au regard des connaissances disponibles, notamment celles apportées par les évaluations sur de larges cohortes d'élèves. La question peut être résumée ainsi : comment, pour certains types de problèmes relatifs à une opération, aider les élèves à passer d'une résolution dite personnelle à une résolution à l'aide de cette opération ? Un document spécifique est disponible pour chacun des deux champs additif ([partie III](#)) et multiplicatif ([partie IV](#)).

III. Le sens des opérations : quel apprentissage ? Champ additif

Ce document explicite les propositions de Cap Maths pour le champ additif, c'est-à-dire les problèmes qui relèvent du sens de l'addition et de la soustraction. On y précise les catégories de problèmes pour lesquels le recours à un calcul élémentaire⁴ a été enseigné au CP et au CE1 et doit être entretenu au CE2, ceux pour lesquels ce recours fait l'objet d'un apprentissage spécifique au CE2 et ceux qui sont proposés aux élèves en vue d'une résolution personnelle utilisant des procédures variées.

Concernant des problèmes dont on peut attendre à un moment de la scolarité la résolution rapide par un calcul élémentaire, il est important de souligner que certains élèves ne peuvent encore en donner qu'une résolution personnelle. La priorité reste de les encourager à résoudre les problèmes proposés, sans perdre de vue que l'exploitation de solutions diverses, leur explicitation et leur mise en relation peut aider ces élèves à progresser vers l'utilisation de l'opération élémentaire.

La typologie donnée en annexe pour le champ additif est inspirée de celle élaborée par Gérard Vergnaud. Elle concerne principalement les types de problèmes envisagés au CE2.

Les catégories de problèmes qui peuvent être résolus rapidement par un calcul élémentaire dès le début du CE2.

Pour l'addition, il s'agit des problèmes relevant de deux catégories :

- Une grandeur (quantités, prix, longueurs...) subit une transformation positive (ajout, augmentation...) et la question porte sur l'état final (problèmes codés $E_i T^+ E_f$) ;
- Deux grandeurs (quantités, prix, longueurs...) sont combinées (collections réunies, segments mis bout à bout...) et la

question porte sur la valeur du total (problèmes codés $P_1 P_2 T$).

Pour la soustraction, il s'agit des problèmes relevant de deux catégories :

- Une grandeur (quantités, prix, longueurs...) subit une transformation négative (retrait, diminution...) et la question porte sur l'état final (problèmes codés $E_i T^- E_f$) ;
- Deux grandeurs (quantités, prix, longueurs...) sont combinées (collections réunies, segments mis bout à bout...) et la question porte l'une des grandeurs (problèmes codés $P_1 P_2 T$).

Cependant, pour cette deuxième catégorie de problèmes, le recours à la soustraction reste difficile pour beaucoup d'élèves à l'entrée au CE2.

Il faut noter que si le recours à un calcul élémentaire est immédiat pour certains élèves, il nécessite une reformulation du problème pour d'autres élèves ou encore n'intervient qu'après qu'un dessin plus ou moins schématisé a permis aux élèves de bien comprendre la situation. Pour d'autres élèves encore, des procédures plus rudimentaires restent nécessaires (dessin et comptage, surcomptage...). Cela peut dépendre de la taille des nombres en jeu, des grandeurs évoquées, de la formulation de l'énoncé... Dans tous les cas, au moment de l'exploitation collective, le calcul additif ou soustractif est explicité et mis en relation avec d'autres procédures éventuellement utilisées.

Les catégories de problèmes pour lesquels le recours à un calcul élémentaire est envisagé au CE2.

Pour le domaine additif, un travail important doit être conduit au CE2 pour accroître les catégories de problèmes qui peuvent être résolus rapidement par une addition ou par

⁴ Pour les catégories de problèmes envisagés, on appelle ici « calcul élémentaire » un calcul à 2 termes (parfois 3).

une soustraction. Cela est rendu possible par l'augmentation chez les élèves des capacités à représenter les situations, à raisonner et à calculer.

Pour l'addition, cela concerne les situations relevant des catégories suivantes :

- Une grandeur subit une transformation négative (diminution) et on cherche sa valeur initiale (problèmes codés **E_i T- E_f**) ;
- Deux grandeurs sont comparées et on cherche la valeur de la plus grande (problèmes codés **g G C⁺** et **g G C⁻**).

Pour la soustraction, cela concerne les situations relevant des catégories suivantes (la première a déjà été envisagée au CE1, mais doit être reprise au CE2) :

- Deux grandeurs (quantités, prix, longueurs...) sont combinées (collections réunies, segments mis bout à bout...) et la question porte sur l'une des grandeurs (problèmes codés **P₁ P₂ T**),
- Une grandeur subit une transformation positive (augmentation) et on cherche sa valeur initiale (problèmes codés **E_i T+ E_f**) ;
- Deux grandeurs sont comparées et on cherche la valeur de la plus petite ou la valeur de la comparaison (problèmes codés **g G C⁺**, **g G C⁻**, **g G C⁺**, **g G C⁻**).

La dernière de ces catégories concerne notamment des problèmes dans lesquels on évoque une différence ou une distance.

Pour la catégorie de problèmes dans lesquels on cherche la valeur d'une partie connaissance la totalité et l'autre partie, on s'appuie sur une situation « Les cubes cachés » (étudiée en unité 4 et voisine de celle utilisée au CE1).

*Il y avait 45 cubes sur la table. **Combien de cubes sont cachés sous ce couvercle ?***

Le problème est successivement proposé avec diverses quantités de cubes visibles : 10, 6, puis 24.

Pour résoudre ces problèmes, les élèves utilisent diverses procédures : dessin et comptage, comptage en avant de 1 en 1 ou



par bonds au-delà de 10 jusqu'à 45, addition à trou ($10 + \dots = 45$), soustraction ($45 - 10 = \dots$).

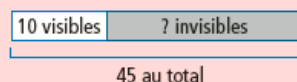
Un schéma peut aider à évoquer certaines procédures (voir Explicitation ci-dessous).

L'utilisation de la soustraction peut être justifiée au cours de l'explicitation collective en l'accompagnant d'une formulation qui permet de faire le lien avec un sens connu de la soustraction.

EXPLICITATION, VERBALISATION

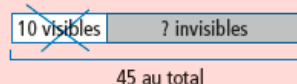
► Mettre l'accent sur l'équivalence entre calcul d'un complément et calcul d'une soustraction pour résoudre ce type. Par exemple pour 10 cubes visibles :

► Pour trouver le nombre de cubes cachés, on peut s'appuyer sur un schéma comme celui-ci :



► Pour trouver le nombre de cubes cachés, on peut :

- imaginer qu'on complète le nombre de cubes visible (la partie blanche du schéma). Calculer et compléter : **$10 + \dots = 45$** .
- imaginer que pour n'avoir que les cubes cachés, il faut retirer les cubes visibles (la partie blanche du schéma) et calculer : **$45 - 10 = \dots$**



(Extrait du guide de l'enseignant, U04-S2, p. 142)

La représentation de la situation par des bandes n'est qu'une possibilité parmi d'autres. Elle peut être présentée et commentée par l'enseignant, comme ici, au moment de la synthèse. Les élèves ont souvent des difficultés à y avoir recours de façon autonome et préfèrent d'autres schématisations. Pour certains, une explication verbale est suffisante pour qu'ils comprennent l'équivalence entre une résolution « par addition à trou » et une résolution « par soustraction ». La schématisation par des bandes ne peut donc pas être exigée des élèves comme un moyen nécessaire pour élaborer la solution du problème.

À la suite de cet apprentissage, certains élèves auront compris que la soustraction est utilisable dans tous les problèmes de ce type alors que d'autres auront encore fréquemment recours à l'addition à trou. Il leur faudra du temps et même une reprise d'une situation didactique identique pour y parvenir. Des interrogations en calcul mental

permettent de renforcer ces acquis, en incitant les élèves à choisir la procédure la plus adaptée pour certains calculs :

– le calcul de $52 - 48$ peut avantageusement être remplacé par la recherche du complément 48 à 52 ;

Des situations comparables sont mises en place pour étudier d'autres aspects de la soustraction.

En unité 5, sont envisagés des problèmes relatifs à des comparaisons de grandeurs ou de distances entre 2 repères sur une ligne graduée.

EXPLICITATION, VERBALISATION

Formuler avec les élèves les deux procédures qui permettent d'obtenir la réponse en les justifiant.

► Pour trouver de combien de cm la bande noire est plus longue que la bande grise, on peut :

– chercher ce qu'il faut ajouter à la bande grise pour obtenir une bande de même longueur que la bande noire, ce qui revient à chercher ce qu'il faut ajouter à 12 cm pour avoir 23 cm.



On peut écrire $12 \text{ cm} + \dots = 23 \text{ cm}$

– chercher ce qu'il faut enlever à la bande noire pour obtenir une bande de même longueur que la bande grise, ce qui revient à chercher ce qu'il faut soustraire à 23 cm pour avoir 12 cm



On peut écrire $23 \text{ cm} - 12 \text{ cm} = \dots$

► On a appris que ces calculs donnent le même résultat : $12 \text{ cm} + 11 \text{ cm} = 23 \text{ cm}$ ou $23 \text{ cm} - 12 \text{ cm} = 11 \text{ cm}$.

► On dit que 11 cm est la différence de longueur entre les deux bandes ou encore que 11 est la différence entre 23 et 12.

► On dit aussi que 23 c'est 11 de plus que 12 ou que 12 c'est 11 de moins que 23.

(Extrait du guide de l'enseignant, U05-S1, p. 178)

– la recherche du complément de 4 à 52 peut avantageusement être remplacée par le calcul de $52 - 4$.

EXPLICITATION, VERBALISATION

► Pour calculer la distance entre deux repères numériques (ici 7 et 34), on peut utiliser deux calculs :

– chercher le complément : $7 + \dots = 34$



Ce qui revient à compter les km (les intervalles) pour aller de 7 à 34.

– utiliser la soustraction : $34 - 7 = \dots$



Ce qui revient à enlever, soustraire les km déjà parcourus depuis la position 0.

(Extrait du guide de l'enseignant, U05-S2, p. 180)

Les situations d'augmentation et de diminution font l'objet d'une première étude en unité 10. Elles nécessitent une reprise au CM1 car, selon les problèmes posés, l'identification directe du calcul élémentaire qui permet de les résoudre reste difficile pour certains élèves.

B Problèmes d'augmentation et de diminution

Un arbuste a grandi de 12 cm. Il mesure maintenant 45 cm. Combien de centimètres mesurait-il au départ ?

Pour trouver la taille de l'arbuste au départ :

tu peux faire une addition à trou → $\dots \text{ cm} + 12 \text{ cm} = 45 \text{ cm}$.
Tu trouves $33 \text{ cm} + 12 \text{ cm} = 45 \text{ cm}$.
Tu as ajouté 12 cm à ce que mesurait l'arbuste au départ.

tu peux faire une soustraction → $45 \text{ cm} - 12 \text{ cm} = 33 \text{ cm}$.
L'arbuste a grandi de 12 cm.
Tu as soustrait 12 cm pour trouver sa taille de départ.

Pour t'aider à comprendre, tu peux faire un schéma. Ici, le trait noir représente l'arbuste.

(Extrait fichier, Dico-maths B, p. 122)

Annexe : typologie des problèmes du champ additif envisagés au CE2

Pour chaque type de problème, un exemple est fourni, emprunté le plus souvent au Fichier CE2 ou au Livret « Problèmes et énigmes » inséré dans le fichier Cap Maths CE2.

- 2 Sacha a perdu 15 billes pendant la récréation. À la fin de la récréation, il lui reste 25 billes.



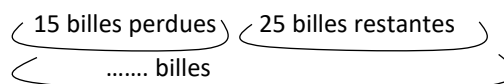
Combien de billes avait-il au début de la récréation ?

Il est important de noter qu'un même problème peut parfois être situé dans deux catégories différentes selon l'interprétation qui en est faite par le lecteur.

Le problème ci-dessus est ainsi placé dans la catégorie « Transformation négative, avec recherche de l'état initial » ($E_i T - E_f$), et peut être schématisé par :

..... billes $\xrightarrow{\text{perte de 7 billes}}$ 13 billes

Il pourrait être aussi placé dans la catégorie « Combinaison, avec recherche d'une partie » ($P1 P2 T$) si le lecteur considère que la quantité de billes initiale (T) est composée des billes perdues ($P1$) et des billes restantes ($P2$), et schématisé par :



Transformation (augmentation, diminution)

E_i : état initial T : transformation positive ou négative E_f : état final

$E_i T^+ E_f$	Transformation positive, recherche de l'état final	Lou a déjà 154 images. Elle achète 5 dizaines d'images. Combien d'images a-t-elle maintenant ? (Fichier, p. 46, n° 3)
$E_i T^+ E_f$	Transformation positive, recherche de l'état initial	Le grand-père de Lou lui a donné cette pièce. Elle l'a mise dans son portemonnaie. Elle a maintenant 1 euro et 30 centimes. Quelle somme d'argent avait-elle avant dans son portemonnaie ? (Livret, n° 31)
$E T^+ E_f$	Transformation positive, recherche de la valeur de la transformation	Au début de la récréation, Sam avait 38 billes. Il en a gagné pendant la récréation. Maintenant, il a 54 billes. Combien de billes a-t-il gagnées ? (Fichier, p. 124, n° 2)
$E_i T - E_f$	Transformation négative, recherche de l'état final	Sam a 276 billes. Il donne 4 dizaines de billes à Lou. Combien de billes lui reste-t-il ? (Fichier, p. 21, n° 2)
$E_i T - E_f$	Transformation négative, recherche de l'état initial	Sacha a perdu 15 billes pendant la récréation. À la fin de la récréation, il lui reste 25 billes. Combien de billes avait-il au début de la récréation ? (Livret n° 2)
$E T - E_f$	Transformation négative, recherche de la valeur de la transformation	Un boulanger a fabriqué 275 croissants. À midi, il lui en reste 125. Combien de croissants a-t-il vendus ? (Livret, n° 7)



Combinaison (réunion de 2 parties ou plus)


P_1 : première partie P_2 : deuxième partie T : totalité

$P_1 P_2 T$	Recherche de la totalité	Un train est composé de 2 wagons. Dans le 1 ^{er} wagon, il y a 45 passagers. Dans le 2 ^e , il y en a 70. Combien de passagers y a-t-il dans le train ? (D'après Livret n° 1)
$P_1 P_2 T$	Recherche d'une partie	Léo possède 140 billes. Il a 45 billes bleues et 65 billes rouges. Ses autres billes sont vertes. Combien de billes vertes a-t-il ? (Livret, n° 8)

Comparaison de 2 quantités ou de 2 grandeurs

g : grandeur la plus petite C : comparaison positive (de plus) ou négative (de moins)

G : grandeur la plus grande

$g G C^+$	Comparaison positive, recherche de la plus grande valeur	Lisa a 188 perles. Zoé en a 72 de plus que Lisa. Combien de perles Zoé a-t-elle ? (extrait du livret CE1 n° 25)
$g G C^+$	Comparaison positive, recherche de la plus petite valeur	Dans une salle de cinéma, il y a 345 fauteuils rouges. Il y a 85 fauteuils rouges de plus que de fauteuils verts. Combien de fauteuils verts y a-t-il dans la salle ? (Livret n° 50)
$g G C^+$	Comparaison positive, recherche de la valeur de la comparaison	Sofia a pris 54 photos pendant ses vacances. Ludo en a pris 36. Sofia a pris plus de photos que Ludo. Combien de plus ? (Livret n° 13)
$g G C^-$	Comparaison négative, recherche de la plus grande valeur	a. Dans une école, il y a 50 filles. Il y a 12 filles de moins que de garçons. Combien de garçons y a-t-il dans l'école ? (Fichier p. 67, n° 2a)
$g G C^-$	Comparaison négative, recherche de la plus petite valeur	Le matin, Moustik a mangé 32 croquettes. Le soir, il a mangé 5 croquettes de moins que le matin. Combien de croquettes a-t-il mangées le soir ? (extrait du Livret CE1 n° 30)
$g G C^-$	Comparaison négative, recherche de la valeur de la comparaison	Combien de coquillages Flip a-t-elle de moins que Sam ? (Fichier p. 56, n° 6-b) 

Composition de 2 transformations⁵

T^+ : transformation positive T^- : transformation négative

T : transformation composée (signe donné ou à déterminer)

Tous les types de problèmes possibles ne sont pas envisagés dans le tableau qui suit. Ils sont en effet très nombreux puisqu'il faut prendre en compte la valeur absolue des transformations.

⁵ Les problèmes de cette catégorie sont rarement présentés au cycle 2 du fait de leur difficulté, car pour les résoudre, il faut raisonner sans connaître les états initiaux, finaux ou intermédiaires, ce qui rend leur approche délicate pour beaucoup d'élèves.

$T^+ T^+ T$ $T^- T^- T$	Combinaison de 2 transformations de même signe, recherche de la transformation composée	Zoé a gagné 13 billes ce matin, puis elle a encore gagné 7 billes cet après-midi. Combien de billes a-t-elle gagnées dans la journée ?
$T^+ T^+ T$ $T^- T^- T$	Combinaison de 2 transformations de même signe, recherche de l'une des transformations.	Sophie a perdu 13 billes ce matin, puis elle a encore joué cet après-midi. Dans la journée, elle a perdu 22 billes. Que s'est-il passé l'après-midi ?
$T^+ T^- T$	Combinaison de 2 transformations de signes contraire, recherche de la transformation composée	Louise a gagné 15 billes ce matin, puis elle en a perdu 7 l'après-midi. Quel est le bilan de la journée ?
$T^+ T^- T$ $T^+ T^- T$	Combinaison de 2 transformations de signes contraire, recherche de l'une des transformations.	Nael a gagné 7 billes ce matin. Il a rejoué l'après-midi. À la fin de la journée, il remarque qu'il a perdu 15 billes. Que s'est-il passé l'après-midi ?

IV. Le sens des opérations : quel apprentissage ? Champ multiplicatif

Ce document explicite les propositions de Cap Maths pour le champ multiplicatif, c'est-à-dire les problèmes qui relèvent du sens de la multiplication et de la division. On y précise les catégories de problèmes pour lesquels le recours à un calcul élémentaire⁶ fait l'objet d'un apprentissage spécifique au CE2 et ceux qui sont proposés aux élèves en vue d'une résolution personnelle utilisant des procédures variées.

Dans le prolongement du CE1, les problèmes dont on peut attendre la résolution par un calcul élémentaire au CE2 sont relatifs à la multiplication. Pour ceux qui sont relatifs à la division, leur résolution fait appel aux 3 opérations connues (addition, soustraction, multiplication) en privilégiant progressivement les raisonnements faisant appel à la multiplication. La priorité reste d'encourager les élèves à résoudre les problèmes proposés à l'aide de procédures variées, sans perdre de vue que l'exploitation de solutions diverses, leur explicitation et leur mise en relation peut aider les élèves à progresser vers l'utilisation de l'opération élémentaire.

La typologie donnée en annexe pour le champ multiplicatif est inspirée de celle élaborée par Gérard Vergnaud. Elle concerne principalement les types de problèmes envisagés au CE2.

Les catégories de problèmes pour lesquels le recours à un calcul élémentaire est envisagé au CE2.

Ces catégories de problèmes sont relatives à **la multiplication**. Ils ont déjà été étudiés au CE1, mais une reprise est indispensable pour beaucoup d'élèves au CE2.

Il s'agit d'abord de la catégorie de problèmes où **on cherche une valeur totale suite à la réunion de plusieurs valeurs identiques**, problèmes codés (cf. typologie des problèmes du champ multiplicatif, en annexe).

Plus généralement, ces problèmes relèvent du domaine de la proportionnalité.

$$\begin{aligned} 1 &\rightarrow a \\ b &\rightarrow \boxed{c} \end{aligned}$$

(Extrait fichier, Dico-maths C, p. 26)

Quelques problèmes relatifs à des situations où il s'agit de **trouver la valeur d'une quantité d'objets placés en organisation rectangulaire** ont également été envisagés au CE1 et résolus en utilisant la multiplication, problèmes codés : l c **T**

(Extrait fichier, Dico-maths A, p. 38)

Les catégories de problèmes dont on attend une résolution par des procédures variées, mais de plus en plus rapides au CE2 : vers la division.

La division ne fera l'objet d'une étude complète qu'à partir du CM1, avec notamment la mise en place d'une technique de calcul posé. Mais, dès le CE2, les élèves apprennent le vocabulaire relatif à la division (diviser, quotient, reste) ainsi que le recours au signe « : » lorsque le reste est égal à 0 ($35 : 7 = 5$). Dans des situations de répartition équitable, les problèmes où on cherche soit le nombre de parts égales soit la valeur de chaque part sont reformulés dans un langage multiplicatif, par exemple « combien de fois 6 dans 50 ? » lorsqu'on cherche combien de rubans de 6 cm

⁶ Pour les catégories de problèmes envisagés, on appelle ici calcul élémentaire un calcul à 2 termes (parfois 3).

on peut découper dans une bande de 50 cm ou « 4 fois combien pour s'approcher de 74 ? » lorsqu'on cherche combien de billes on peut distribuer équitablement à 4 personnes avec un lot de 74 billes.

Il s'agit donc de problèmes codés :

1 → a
 b → c recherche du nombre de parts égales.


A Division : nombre de parts égales

Pour trouver combien de rubans de 6 cm on peut découper dans cette bande, tu peux :

- utiliser l'addition mais c'est souvent long :
 $6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 = 48$ et $48 + 2 = 50$
- utiliser la multiplication :
 $6 \times 8 = 48$ et $48 + 2 = 50$

On dit qu'on a divisé 48 par 6. Le quotient est égal à 8 et le reste est égal à 2.

Il faut vérifier que $2 < 6$.



Cette bande de tissus mesure 50 cm.

On peut découper 8 rubans de 6 cm et il reste 2 cm de tissu.

(Extrait fichier, Dico-maths A, p. 86)

ou de problèmes codés :

1 → a recherche de la valeur
 b → c part.

A Division : valeur de chaque part


Partager équitablement 74 billes entre 4 personnes. Tu peux utiliser la multiplication et chercher le résultat le plus proche de 74.

$4 \times 18 = 72$ et $(4 \times 18) + 2 = 74$

On peut donner 18 billes à chacune des 4 personnes et il reste 2 billes.

On dit qu'on a divisé 74 par 4. Le quotient est égal à 18 et le reste est égal à 2.

Il faut vérifier que $2 < 4$.



(Extrait fichier, Dico-maths A, p. 98)

Des problèmes de ces 2 catégories sont également proposés à différents moments de l'année, notamment dans le livret Problèmes et énigmes. Ils font l'objet d'un travail spécifique en unité 7 (recherche du nombre de parts égales) et en unité 8 (recherche de la valeur de chaque part).

Annexe : typologie des problèmes du champ multiplicatif envisagés au CE2

Pour chaque type de problème, un exemple est fourni, emprunté au Livret « Problèmes et énigmes » inséré dans le fichier Cap Maths CE2


Réunion de plusieurs parts égales (grandeurs ou quantités identiques)

a : valeur d'une part b : nombre de parts c : valeur totale

1 → a b → c	Recherche de la valeur totale	Une course se déroule sur un circuit de 17 km. Un coureur a déjà réalisé 20 tours de circuit. Combien de km a-t-il déjà parcourus ? (Livret n° 47)
1 → a b → c	Recherche de la valeur d'une part	Dans l'école de Lou, il y a 135 élèves. Le directeur veut tous les répartir en équipes. Dans chaque équipe, il doit y avoir le même nombre d'élèves. Peut-il les répartir en 5 équipes ? Oui Non Si Oui, combien d'élèves y aura-t-il dans chaque équipe ? (Livret n° 53)
1 → a b → c	Recherche du nombre de parts	Dans une ramette de papier, il y a 500 feuilles. La maitresse utilise 25 feuilles par jour. Au bout de combien de jours, toutes les feuilles de la ramette auront-elles été utilisées ? Livret n° 41)

Configuration rectangulaire (lignes et colonnes régulières)

l : nombre de lignes c : nombre de colonnes T : nombre total d'objets

l c T	Recherche du nombre total d'objets	 <p>Combien de voitures sont garées sur ce parking ? Écris ton calcul seulement avec 2 nombres.</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>(Fichier, p. 39, n° 3)</p>
l c ou l c T	Recherche du nombre de lignes ou du nombre de colonnes	<p>Pok a 300 quilles. Il les place par rangées de 10 quilles, comme celle-ci.</p> <p>Combien de rangées peut-il réaliser ? (Livret, n° 26)</p> 