La numération décimale

Notre système d'expression des nombres en chiffres possède deux caractéristiques :

– **ce système est positionnel** : la valeur d'un chiffre est déterminée par sa place par rapport à l'unité. Pour 325, le 3 se situe au 3e rang vers la gauche en partant de l'unité, il représente donc 3 centaines.

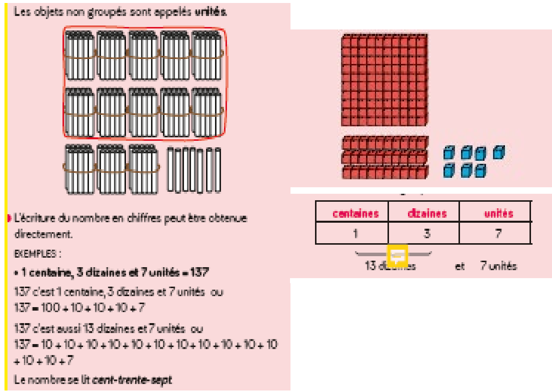
– **ce système est décimal** : les différentes unités de numération[1] sont liées entre elles par des relations qui correspondent à des groupements par 10. Ainsi,
1 dizaine = 10 unités
1 centaine = 10 dizaines et donc
1 centaine = 100 unités. Les noms donnés aux différentes « unités » (centaines, dizaines) ne renseignent que sur leur relation à l'unité.

Une bonne maitrise de ces deux aspects est essentielle pour comprendre et apprendre la plupart des notions relatives aux nombres, aux calculs et à la mesure.

Un autre enjeu réside dans l'apprentissage de **la désignation verbale des nombres (orale et écrite en lettres)** et de ses liens avec la désignation en chiffres. Les nombreuses irrégularités de cette désignation dans la langue française sont une source de difficultés particulières qui ne doivent pas masquer la remarquable logique de la désignation des nombres en chiffres.

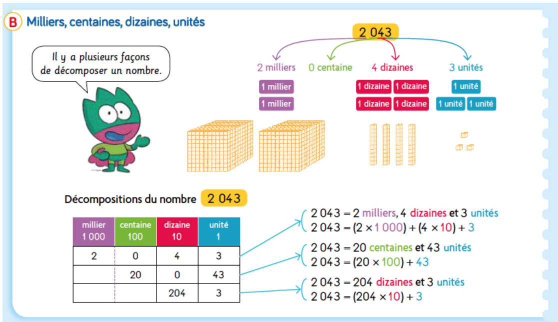
1. Relations entre différentes représentations des nombres

Les nombres sont d'abord utilisés pour exprimer des quantités, puis des grandeurs (longueurs, masses…). Pour des quantités importantes, l'organisation par dizaines, puis par centaines et par milliers permet d'obtenir rapidement l'écriture en chiffres du nombre qui exprime une quantité. Au CP et au CE1, les élèves ont été confrontés à des activités de dénombrement de quantités diverses d'objets en réalisant des groupements par dizaines et par centaines. Ils ont ainsi pu comprendre les deux caractéristiques de notre système de numération citées dans l'encadré et les différentes expressions des nombres qui en découlent : expression imagée (buchettes, cubes…), expression chiffrée, décomposition en unités de numération, décomposition à l'aide des nombres 10 et 100, expression verbale…



(Extrait du guide CE1 p. 104)

Au CE2, ils ont à produire des quantités de cubes à partir de cubes groupés préalablement par dizaines et centaines, puis par milliers avec des contraintes qui les conduisent à mobiliser **diverses décompositions en unités de numération.** Ainsi le nombre 2 043 peut être décomposé en 2 milliers, 4 dizaines et 3 unités, mais aussi en 20 centaines, 4 dizaines et 3 unités, en 204 dizaines et 3 unités, etc.



Extrait du fichier CE2, Dico-maths B, p. 50.

Comme le montre l'exemple ci-dessus, le recours au tableau de numération permet de mettre en évidence le passage d'une décomposition à une autre, celles-ci pouvant

[1] Le mot *unité* a deux significations. Il désigne d'une part la valeur choisie comme unitaire (ce qui sera le "un") et, d'autre part, les différentes unités du système (unité, dizaine, centaine). On parle alors *d'unités de numération*. Dans les textes destinés aux enseignants, le sens du mot *unité* est donné par le contexte. Avec les élèves, seul le premier sens est utilisé en cycle 2.

être exprimées en unités de numération ou en utilisant la multiplication et l'addition.

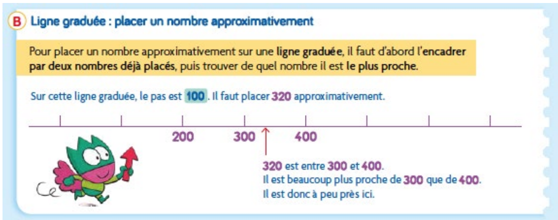
Une bonne maitrise de ces différentes décompositions est essentielle du fait de leur utilité pour comprendre et utiliser différents calculs mentaux ou posés. Ainsi 350 + 50 peut être traduit par 3 centaines 5 dizaines + 5 dizaines, ce qui donne 3 centaines et 10 dizaines et nécessite ensuite de convertir 10 dizaines en 1 centaine à ajouter aux 3 centaines de 350. Les élèves connaissant souvent 35 + 5 = 40, il est plus efficace de traduire le calcul par 35 dizaines + 5 dizaines, ce qui donne directement 40 dizaines, donc 400.

2. Quelle progression au CE2 ?

Cap Maths fait le choix de consacrer un temps important à la reprise de l'étude des nombres inférieurs à 1 000 (unités 1 et 2). Cela est nécessaire dans la mesure où les acquis du CE1 (nombres jusqu'à 1 000) et même parfois du CP (nombres jusqu'à 100) sont encore fragiles pour certains élèves. Les difficultés inhérentes à l'expression verbale des nombres dans notre langue sont bien connues (le mot *soixante* est ainsi mobilisé pour exprimer des nombres dont le chiffre des dizaines est 6 et des nombres dont le chiffre des dizaines est 7). Par ailleurs, la lecture des nombres à 3 chiffres suppose une bonne capacité à lire les nombres inférieurs à 100 : ainsi pour 293, le « 2 » est facilement interprété comme *deux-cent(s)* (en relation avec le fait qu'il est au rang des centaines), mais ensuite il faut compléter la lecture par *quatre-vingt-treize* pour le groupe de chiffres « 93 ». La lecture des nombres à 4 chiffres suppose celle des nombres à 3 chiffres et se trouve facilitée par l'intervalle placé entre le chiffre des milliers et celui des centaines.
Les nombres inférieurs à 10 000 sont ensuite étudiés à partir de l'unité 4. Pour ce domaine numérique, **l'apprentissage de la numération décimale ne doit pas être guidé uniquement par les difficultés de lecture.** Si 5 093 est, pour certains élèves, difficilement lu cinq-mille-quatre-vingt-treize, ceci ne fait pas obstacle à la compréhension sous la forme cinq milliers, neuf dizaines, trois unités qui est plus essentielle pour la plupart des activités proposées.

3. Le repérage sur un ligne graduée

Le repérage sur une ligne graduée de 1 en 1, de 10 en 10 ou de 100 en 100 a été étudié au CE1. Il présente peu de difficultés lorsque la ligne est graduée de 1 en 1, mais peut s'avérer plus compliqué pour certains élèves **lorsque le pas de la graduation** prend d'autres valeurs. C'est pourquoi l'étude est reprise en unité 2 pour les nombres inférieurs à 1 000. On insiste à nouveau sur le fait qu'il faut comprendre que, par exemple, si 25 est associé à un repère cela indique que, sur la droite numérique, il existe 25 unités entre le repère 0 et le repère 25 (ce qui peut être mis en relation avec l'utilisation d'une règle graduée).
Le placement sur une ligne graduée est étendu au CE2 aux nombres inférieurs à 10 000, en envisageant, notamment en unité 6, **le placement approximatif entre deux nombres déjà placés.**



Extrait du fichier CE2, Dico-maths B, p. 74.

Ce travail trouve un prolongement dans le calcul approché de sommes et de différences qui nécessite de savoir choisir des arrondis pour les nombres figurant dans un calcul.

Par ailleurs, la ligne graduée est un support important pour certains calculs en ligne ou pour représenter les données de certains problèmes et en organiser la résolution.

4. La comparaison des nombres

La procédure de comparaison fréquemment enseignée distingue deux cas, selon que les nombres à comparer sont écrits ou pas avec le même nombre de chiffres ce qui constitue souvent un obstacle pour l'apprentissage de la comparaison de nombres décimaux.
La procédure que nous proposons est beaucoup plus simple. Elle est valable quelle que soit la taille des nombres et s'étend

facilement aux nombres décimaux. Enfin, elle peut être expliquée et comprise facilement à partir des connaissances des élèves relatives à la numération décimale.

Exemples

2 035 > 678 parce que 2 035 comporte des milliers et que 678 n'en comporte pas (et que 678 est plus petit que 1 millier).
2 016 < 2 035 parce que les 2 nombres comportent le même nombre de milliers et de centaines et que 2 016 comporte moins de dizaines que 2 035 (et que 6 unités est plus petit que 1 dizaine).

Dans tous les cas, il s'agit de parcourir les écritures chiffrées des 2 nombres à partir de la gauche et de conclure dès qu'apparaissent deux chiffres différents (678 pouvant être considéré comme 0 678). L'écriture des nombres les uns sous les autres ou dans un tableau de numération peut aider à comprendre la procédure envisagée, surtout si, en appui, on utilise un matériel de numération.
Cette procédure est d'abord retravaillée avec les nombres inférieurs à 1 000, puis étendue aux nombres inférieurs à 10 000.

5. Les dizaines de milliers

En fin d'année, **le nombre 10 000 et des nombres de l'ordre des dizaines de milliers** sont étudiés, préparant l'apprentissages des « grands nombres » au CM1 (de l'ordre des millions) puis au CM2 (de l'ordre des milliards).