L'apprentissage du calcul :
I. Généralités

Dès le cycle 2, différentes formes de calcul sont envisagées.
Le **calcul mental** évoque le plus souvent une modalité de calcul dont l'exécution ne s'appuie pas sur l'écrit. Cependant, toutes les formes de calcul comportent une part mentale, y compris le calcul posé en colonnes. Ce type de calcul peut faire appel à des faits numériques ou des procédures mémorisés ou s'appuyer sur un raisonnement (calcul réfléchi).
Le **calcul en ligne** fait référence à une modalité de calcul réfléchi qui s'appuie sur un écrit. Cet écrit peut prendre des formes variées : suite de calculs, arbre de calcul, appui sur une ligne numérique.
Le **calcul posé** est un calcul écrit qui se réalise suivant un algorithme, c'est-à-dire sur une procédure automatisée.
Le **calcul instrumenté** est un calcul effectué à l'aide d'un instrument ou l'un logiciel (abaque, boulier, calculatrice, tableur, etc.).

Un tableau permet de rendre compte des spécificités de ces différents types de calculs.

	Mémorisation, automatisation	Réflexion, raisonnement
Travail purement mental	Calcul mental	
Appui sur un écrit	Calcul posé	Calcul en ligne
Utilisation d'un instrument ou d'un logiciel	Calcul instrumenté	Des questions peuvent conduire à une utilisation réfléchie de la calculatrice, par exemple : comment calculer 43 × 12 si la touche [x] ne fonctionne pas.

Au cycle 2, les élèves commencent à utiliser des calculatrices dans certaines activités, sous le contrôle de l'enseignant.

La résolution de problèmes est le cadre principal de l'utilisation et du développement des différents modes de calcul et du sens à leur donner. En particulier dans les rituels quotidiens de calcul mental, Cap Maths propose des petits problèmes que les élèves doivent résoudre mentalement. Portant sur des nombres bien connus des élèves, qui ne les effraient pas, ces problèmes à traiter mentalement centrent plus facilement leur attention sur le raisonnement à mettre en œuvre et sur le sens des opérations sollicitées. Enfin, leur présentation orale évite bon nombre de difficultés que certains élèves rencontrent dans le décodage d'un texte et permet donc un accès plus rapide au travail mathématique.

L'introduction des symboles opératoires (+, –, × et :) est une étape importante dans l'apprentissage des opérations (on parle aussi parfois de signes opératoires). Ceux-ci permettent d'exprimer des relations entre nombres (par exemple, le nombre 12 peut être relié à 5 et à 7 par 7 + 5 = 12, à 3 et à 4 par 4 × 3 = 12, à 3 et 15 par 15 – 3 = 12, etc.). Ils permettent également de mathématiser des situations concrètes dans le cadre de la résolution de problèmes. Mais le langage symbolique n'est pas le seul mode d'expression des opérations ; le langage verbal (*plus, moins, multiplié par, fois*…) est également souvent sollicité, avant même que les symboles opératoires aient été introduits. Il est donc faux de considérer que le travail sur une opération commence avec l'introduction du symbole qui sert à l'exprimer. Celle-ci n'en est qu'une étape, certes très importante.

Les symboles + et – ont été introduits au CP et le symbole × l'a été au CE1. Même si le symbole : est introduit au CE2, la division en tant qu'opération ne sera vraiment étudiée qu'à partir du cm1. Mais le sens de cette opération fait l'objet d'un travail déjà important au CE2. **Les problèmes de répartition équitable dans lesquels il faut chercher soit le nombre de parts soit la valeur**

de chaque part sont résolus par les élèves en utilisant leurs connaissances relatives aux trois opérations connues, en particulier la multiplication.

Les propriétés des opérations jouent un rôle fondamental dans la mise au point et la compréhension des divers procédés de calcul. Elles sont également un appui essentiel au travail de mémorisation des faits numériques (répertoire additif, tables de multiplication). Elles font donc l'objet d'un travail tout particulier au CE2.

Actuellement, même s'il n'est pas à négliger, **l'intérêt pratique des techniques de calcul posé est moindre** de ce qu'il était avant la vulgarisation de l'usage des calculatrices et aujourd'hui des téléphones mobiles. **Mais l'intérêt pédagogique et culturel de ces techniques demeure** : leur étude peut renforcer chez les élèves la connaissance des nombres, de la numération décimale et des propriétés des opérations, à condition que leur apprentissage vise la compréhension des mécanismes à l'œuvre dans leur exécution. Dans tous les cas, une bonne connaissance des répertoires (tables) est indispensable.

Ces différentes problématiques d'apprentissage sont traitées pour **l'addition et la soustraction** dans la partie II de ce document, et pour la **multiplication et la division**, dans la partie III.

II. Addition, soustraction

À la fin du CE2, les élèves doivent être capables de **donner rapidement certains résultats :**

– ceux du **répertoire additif** (addition de 2 nombres inférieurs à 10). Ils doivent pouvoir également les utiliser pour répondre rapidement à des questions portant sur des compléments (combien faut-il ajouter à 6 pour obtenir 11 ?) ou des soustractions comme 11 – 6 ;

– ceux portant sur les mêmes **calculs sur les dizaines, centaines ou milliers entiers ;**

– les **compléments d'un nombre à la dizaine supérieure ou d'une dizaine entière à la centaine supérieure** (élément clé pour le calcul réfléchi)**.**

Du point de vue du **calcul réfléchi, mental ou en ligne**, ils doivent être capables de faire des calculs additifs ou soustractifs, en mobilisant des **propriétés de l'addition et de la soustraction**. Les calculs concernent en particulier des nombres inférieurs à 100 ou des nombres plus grands dans des cas simples (comme par exemple, 756 + 30). En particulier, ils doivent être capables de calculer :

– les compléments d'un nombre à 100 et à 1 000 ou encore à la dizaine supérieure, à la centaine supérieure et au millier supérieur ;

– des sommes et des différences, en utilisant des propriétés comme changer l’ordre des termes d’une somme (commutativité de l'addition), décomposer et recomposer un ou plusieurs termes d'une somme ou d'une différence (associativité de l'addition, soustraction d'une somme équivalente à la soustraction successive de ses termes...), équivalence entre calcul d'un complément et d'une soustraction….

Enfin, ils commencent à être initiés à **l'estimation d'un ordre de grandeur**, notamment pour vérifier la vraisemblance d'un résultat.

Concernant le **calcul posé**, ils savent **additionner en colonnes deux ou trois nombres inférieurs à 10 000** et **soustraire en colonnes, deux nombres inférieurs à 10 000**.

Les problématiques liées au **sens de ces opérations** sont développées dans le document Hatier-Clic → Problèmes et sens des opérations.

► La mémorisation du répertoire additif

La mémorisation des faits numériques du répertoire additif est **le fruit d’un processus** dont les aspects sont précisés dans le document "CE1-Compléments-Calculs" (Hatier-Clic → CE1capg20).

Au CE2, les faits numériques doivent être donnés instantanément, soit parce qu'ils sont mémorisés soit parce qu'ils sont reconstruits très vite, par exemple 7 + 6 calculé comme 6 + 6 + 1 ou 3 + 9 calculé en remplaçant 3 + 9 par 9 + 3.

L'entrainement, à partir d'exercices variés (interrogation orale, jeux, logiciels interactifs…) reste nécessaire.

À partir de leur connaissance du répertoire additif, les élèves doivent être capables de répondre à des questions du type :

- *6 plus 5 ?* (calcul de sommes) ;
- *11 moins 6 ?* (calcul de différences) ;
- *Combien pour aller de 6 à 11 ?, Que faut-il ajouter à 6 pour obtenir 11 ?* (calcul de compléments).

► Le calcul réfléchi, mental ou en ligne

Une caractéristique essentielle du calcul réfléchi est que, pour un même calcul, il existe toujours plusieurs procédures possibles. Prenons l'exemple du calcul de 47 – 19.

– Une procédure souvent enseignée (parfois imposée) consiste à soustraire 20, puis ajouter 1 : elle est bien entendu très efficace, mais reste difficile à comprendre pour certains élèves.

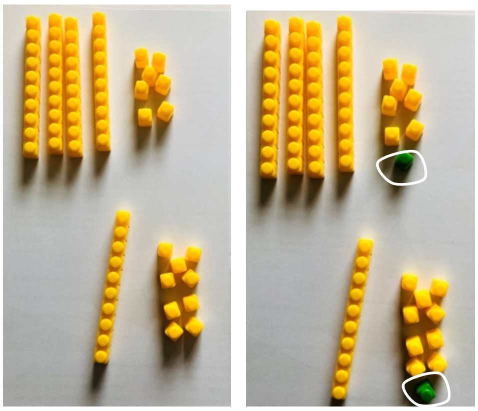
– La relative proximité des nombres en jeu peut inciter à chercher ce qu’il faut ajouter à 19 pour obtenir 47 : le calcul soustractif est alors remplacé par un calcul additif, ce qui suppose de maitriser l'équivalence entre calcul d'un complément et calcul d'une soustraction (Hatier-Clic → Problèmes et sens des opérations).

– Il est également possible de soustraire 10, puis 7, puis 2 ;

– On peut aussi penser à calculer 48 – 20, en ajoutant 1 aux deux termes de la différence, ce qui suppose la maitrise d'une autre propriété de la soustraction : en additionnant ou soustrayant un même nombre aux deux termes d'une différence, on obtient une différence qui lui est égale.

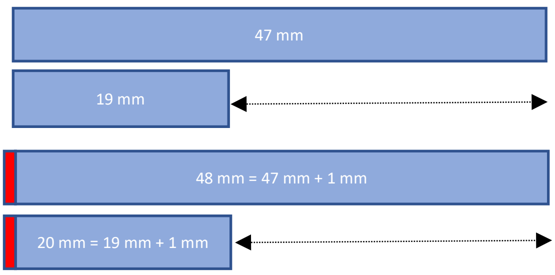
Le plus souvent, plusieurs procédures sont d'égale efficacité. Il est donc important de ne pas focaliser les élèves sur une seule procédure et d'inciter chacun à choisir une procédure qui lui convient, lui laisser un temps suffisant pour l'élaborer et la mener à bien, puis à en changer plus tard en fonction des calculs proposés.
Pour permettre aux élèves de s'approprier des procédures qu'ils n'ont pas imaginées, des temps doivent être consacrés à l'explicitation et à la verbalisation des procédures utilisées et à leur illustration par un écrit ou à l'aide d'un matériel. En effet, souvent, l'expression verbale des procédures gagne à être accompagnée par une illustration imagée qui peut faire référence à l'aspect cardinal des nombres (quantités) ou à leur aspect ordinal (ligne numérique).
Exemple : calcul de 47 – 19, en mobilisant la procédure d'ajout de 1 aux deux termes (calcul de 48 – 20).

- Illustration avec des quantités :



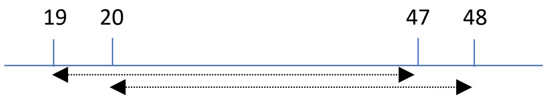
L'ajout d'un cube vert à chaque collection ne modifie pas la différence du nombre de cubes entre les deux collections. Mais cette illustration peut être moins convaincante que les deux suivantes, du fait de la difficulté à « voir » la différence de quantité.

- Illustration avec des longueurs :



L'ajout d'un mm à chaque bande ne modifie pas la différence de longueurs entre les deux bandes.

- Illustration avec la ligne numérique :



La distance entre 19 et 47 est la même que la distance entre 20 et 48 : on a décalé de 1 vers la droite.

Le calcul réfléchi diffère du calcul posé. En particulier, il se déroule souvent « de gauche à droite » alors que le calcul posé se déroule de « droite à gauche ». Ainsi, mentalement ou en ligne, pour calculer *quarante-huit moins vingt*, on commence plutôt par *quarante moins vingt égal vingt*, puis *vingt plus huit* égale *vingt-huit*.

Les élèves en difficulté en calcul mental sont parfois des élèves qui n'utilisent pas de procédures spécifiques ou ne savent pas choisir parmi plusieurs procédures, mais qui posent l'opération dans leur tête. D'où l'importance de travailler de manière constante sur la verbalisation de diverses procédures de calcul mental, en les illustrant par une manipulation ou par un schéma.

L'efficacité du calcul réfléchi repose à la fois sur des faits numériques mémorisés et sur des stratégies. Celles-ci consistent très souvent à décomposer un ou plusieurs des nombres en jeu dans le calcul, puis à recomposer les nombres obtenus, de façon à aboutir à un calcul plus simple que celui donné initialement. Ces stratégies consistent en fait à utiliser des **propriétés des opérations** qui, pour les élèves, sont utilisées en acte. Elles n'ont pas à être nommées, mais, à partir des calculs traités, l'enseignant peut mettre en évidence et verbaliser dans un langage adapté ce qu'il est possible de réaliser avec chaque opération. Ainsi, à l'occasion du calcul de 47 – 19 envisagé précédemment, l'enseignant peut souligner qu'il est possible de décomposer 19 en 20 – 1, la soustraction de (20 – 1) étant ensuite équivalente à la soustraction de 20 suivie de l'ajout de 1.

Au CE2, dans la suite du CE1, les principales propriétés utilisées sont :
– la commutativité de l'addition : le calcul de 9 + 23 peut être remplacé par celui de 23 + 9 (on peut changer l'ordre des termes).

– l'associativité de l'addition :
23 + 17 = 23 + (7 + 10) = (23 + 7) + 10, ce qui justifie un calcul par ajouts successifs (on peut grouper les termes comme on veut).
– l'équivalence entre soustraction et addition lacunaire : 42 – 38 donne le même résultat que 38 + … = 42.
– le fait que soustraire une somme revient à soustraire successivement chacun de ses termes : 40 – 13 = 40 – (10 + 3) = (40 – 10) – 3.
– le fait que soustraire une différence revient à successivement soustraire son premier terme et ajouter son second terme : 47 – 19 = 47 – (20 - 1) = (40 – 20) + 1.
– Le fait qu'en ajoutant ou soustrayant un même nombre aux deux termes d'une différence, on obtient une différence égale à la première : 47 – 19 = (47 + 1) – (19 + 1) = 48 – 20.

Les deux dernières propriétés sont parfois difficiles à comprendre pour des d'élèves de CE2 .

Les calculs exprimés ici en ligne avec des parenthèses sont souvent mieux compris par les élèves lorsqu'ils sont formulés oralement ou explicités sur une ligne numérique ou par un arbre de calcul ou encore illustrés avec du matériel.

► Le calcul posé

Au CE2, la technique de calcul posé en colonnes pour l'addition, introduite au CP et retravaillée au CE1 est consolidée et étendue à des nombres plus grands. Celle de la soustraction, abordée au CE1, est progressivement stabilisée au CE2.

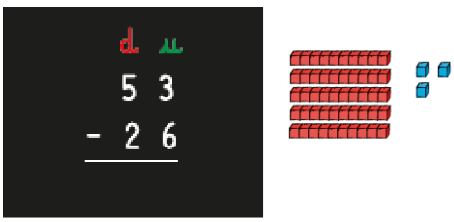
La compréhension de l'addition posée en colonnes prend appui sur les connaissances acquises en numération (en particulier sur la valeur positionnelle des chiffres et la référence aux groupements par dix) qui permettent de justifier le principe de la retenue. L'illustration par le matériel utilisé pour le travail sur la numération est encore utile pour certains élèves.

Pour la soustraction posée en colonnes, les indications données dans les repères annuels de progression au CE1 restent valables au CE2. Ils précisent que *cet apprentissage est un moyen de renforcer la compréhension du système décimal de position et de consolider la mémorisation des relations numériques élémentaires et qu'il a donc lieu lorsque les élèves se sont appropriés des stratégies de calcul basées sur des décompositions / recompositions liées à la numération décimale, souvent utilisées en calcul mental ou écrit*.
Si on veut répondre à cette orientation importante du programme, tout en tenant compte des acquis des élèves, la seule technique envisageable au CE1 est celle souvent appelée « par cassage ou démontage de la centaine, de la dizaine… ».

Au CE2, pour ne pas déstabiliser les élèves les plus fragiles, il est préférable de conserver la même technique. Pour les enseignants qui souhaiteraient malgré tout en adopter une autre ou qui reçoivent des élèves qui en connaissent une autre, des indications sont fournies dans le guide de l'enseignant (Unité 3, séance 5).

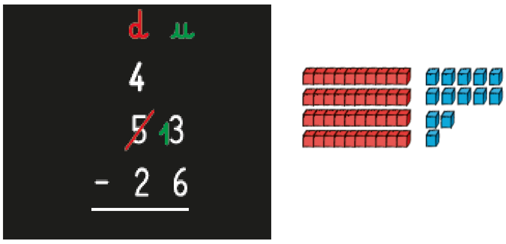
Pour comprendre la technique « par cassage ou démontage de la centaine, de la dizaine… », il suffit d'avoir assimilé le principe de la numération décimale (groupements et échanges en relation avec la valeur positionnelle des chiffres).

Les différentes étapes de cette technique peuvent être verbalisées et illustrées à l'aide d'actions avec le matériel de numération. Il est à noter, avec cette technique, que le terme de « retenue » n'est pas approprié.

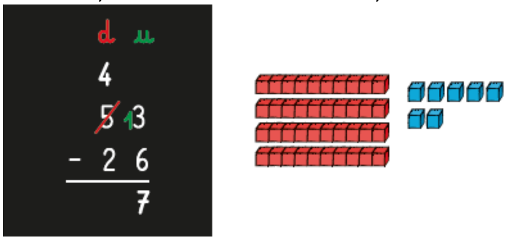


Il est impossible de soustraire directement 6 unités.

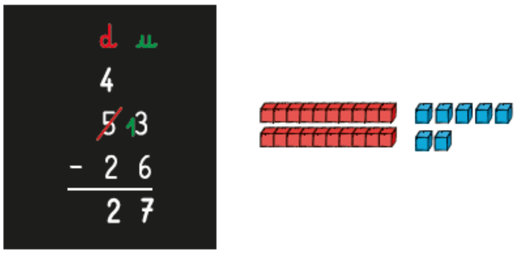
Cap Maths CE2



En décomposant 1 dizaine en 10 unités au 1er terme, celui devient 4 dizaines, 13 unités.



La soustraction des 6 unités est maintenant possible.



On termine en soustrayant 2 dizaines de 4 dizaines.

Cette technique a pour avantage de s'appuyer principalement sur des connaissances relatives à la numération décimale. Elle présente cependant une difficulté lorsque le premier terme de la soustraction comporte des 0 au rang des dizaines, puis plus tard au rang des milliers.

Exemple :

```
  4 0 6
– 1 5 7
 ………..
```

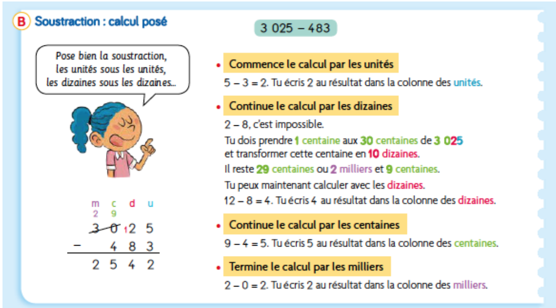
La soustraction des unités étant impossible, il faut décomposer une dizaine en 10 unités. Or le chiffre des dizaines est 0 !

```
 3 9
 4 0 16   (4 0 barrés)
- 1 5 7
 ………..
```

La solution la plus simple consiste à considérer 406 comme 40 dizaines et 6 unités. Si on décompose une dizaine en 10 unités, on obtient 39 dizaines et 16 unités, ce qui rend la soustraction possible à tous les rangs.

La technique ainsi envisagée devient d'usage aisé… à condition d'avoir compris que 406 est égal à 40 dizaines et 6 unités.

Autre exemple : calcul posé de 3 025 – 483.



B Soustraction : calcul posé

3 025 – 483

Pose bien la soustraction, les unités sous les unités, les dizaines sous les dizaines…

```
 m c d u
 2 9
 ~~3 0~~ 12 5
–   4 8 3
 2 5 4 2
```

- **Commence le calcul par les unités**
  5 – 3 = 2. Tu écris 2 au résultat dans la colonne des unités.
- **Continue le calcul par les dizaines**
  2 – 8, c'est impossible.
  Tu dois prendre 1 centaine aux 30 centaines de 3 025 et transformer cette centaine en 10 dizaines.
  Il reste 29 centaines ou 2 milliers et 9 centaines.
  Tu peux maintenant calculer avec les dizaines.
  12 – 8 = 4. Tu écris 4 au résultat dans la colonne des dizaines.
- **Continue le calcul par les centaines**
  9 – 4 = 5. Tu écris 5 au résultat dans la colonne des centaines.
- **Termine le calcul par les milliers**
  2 – 0 = 2. Tu écris 2 au résultat dans la colonne des milliers.

Extrait du Fichier CE2, Dico-Maths B, p. 62

Deux autres techniques sont envisageables :

► **La technique par calcul de complément**

```
   4 0 6
 - 1 5 7 ]
     1   ] +
       9
```

Elle consiste à chercher ce qu'il faut ajouter à 157 pour obtenir 406, en procédant à partir des unités.
7 + 9 = 16 conduit à avoir une retenue de 1 au rang des dizaines, etc.

Cette technique a l'avantage de s'appuyer sur une technique déjà connue, celle de l'addition. Sa difficulté réside dans l'organisation du calcul et dans le fait que les élèves doivent avoir compris l'équivalence entre calcul d'une soustraction et calcul d'un complément, ce qui est encore délicat pour certains élèves de CE1.

► **La technique par « ajouts simultanés »**

```
   4 0 16
 - 1 5  7
     1
        9
```

6 – 7 étant impossible à calculer, elle consiste à ajouter simultanément 10 aux 2 termes de la différence, sous la forme de 10 unités au 1er terme et d'1 dizaine au 2e terme.

Cette technique a l'avantage de ne pas surcharger les lignes du calcul. Sa difficulté réside dans le fait qu'elle s'appuie sur une propriété difficile à comprendre pour beaucoup d'élèves ; en ajoutant un même nombre aux 2 termes d'une différence, on obtient une différence égale à la première.

III. Multiplication, division

À la fin du CE2, les élèves doivent être capables de **donner rapidement certains résultats :**
– ceux des **tables de multiplication de 2 à 9** ;
– les doubles et moitiés de nombres d'usage courant ;
– les résultats de **la multiplication d'un nombre par 10 ou par 100**.

Du point de vue du **calcul réfléchi, mental ou en ligne**, ils doivent être capables de faire des calculs multiplicatifs, en mobilisant des **propriétés de la multiplication** ou encore de **calculer le quotient et le reste de certaines divisions euclidiennes** (diviseur inférieur à 10, diviseurs tels que 10, 25, 50, 100).

Le calcul posé de la multiplication est enseigné au CE2, mais aucune compétence attendue ne concerne la division.

Les problématiques liées au **sens de la multiplication et de la division** sont traitées dans le document Hatier-Clic → Problèmes et sens des opérations

► La mémorisation des tables de 2 à 9[1]

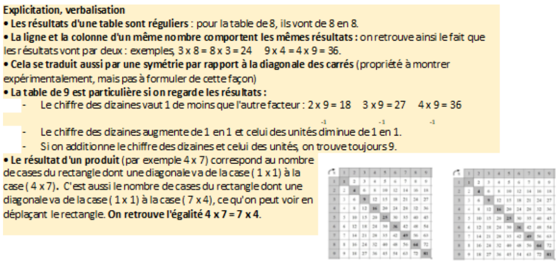
La mémorisation des faits numériques des tables de multiplication occupe une place importante au CE2. Elle est **le fruit d'un processus** dont certains aspects sont voisins de ceux liés à la mémorisation du répertoire additif et dont d'autres sont différents.
• **Certains faits numériques sont mémorisés plus rapidement que d'autres** : ceux de la table de 2 liés aux doubles des nombres inférieurs à 10, ceux de la table de 5 du fait de l'alternance « 0, 5 » pour le chiffre des unités.
• **Certains faits sont davantage liés à la prise de conscience d'une propriété** de l'opération qui permet d'obtenir le résultat qu'à un effort de mémorisation : multiplication par 0 ou par 1.
• **Avant d'être mémorisé, un résultat est souvent d'abord reconstruit**, en prenant appui sur un résultat connu et sur une propriété de la multiplication.
Exemples :

- Les résultats de 5 × 3 et 3 × 5 sont obtenus à partir de 3 fois 5 plus facile à évoquer sous forme d'addition itérée que 5 fois 3. Dans ce cas, la propriété de commutativité de la multiplication est mobilisée implicitement.
- Le résultat de 7 × 6 est obtenu à partir de 6 × 6 par le raisonnement « 7 fois 6 est égal à 6 fois 6 plus 1 fois 6 », ce qui justifie que, dans la table de 6, les résultats forment une suite de 6 en 6, ce qui se trouve aussi facilité si on dit les calculs : une fois six..., six fois six, sept fois six... (plutôt que six fois un, six fois six, six fois sept...).
- De même, le résultat de 8 × 5 est obtenu à partir de 4 × 5 par le raisonnement « 8 fois 5 est égal à 4 fois 5 plus 4 fois 5 ». Dans ces deux cas, la propriété de distributivité de la multiplication sur l'addition est sollicitée. Ce qui symboliquement se traduit par : $8 \times 5 = (4 + 4) \times 5 = 4 \times 5 + 4 \times 5$
- Le résultat de 8 × 5 peut aussi être obtenu à partir de 4 × 5 par le raisonnement « 8 fois 5 est égal à 2 fois 4 fois 5 ». Dans ce cas, la propriété d'associativité de la multiplication est mobilisée implicitement. Ce qui

[1] On parle ici de « tables de multiplication » alors que pour l'addition on a parlé de « répertoire additif ». Les deux dénominations sont possibles. Notre choix est guidé par le fait que, pour l'addition, la progression de l'apprentissage n'est pas organisée par « table », mais est plutôt fonction des domaines numériques (voir le document *L'apprentissage du calcul : addition, soustraction*) alors que pour la multiplication la progression est plutôt établie par tables (table de 2, table de 5...).

symboliquement se traduit par :
8 × 5 = (2 × 4) × 5 = 2 × (4 × 5).

Un travail approfondi sur la table de Pythagore permet de mettre en évidence ces diverses propriétés.



Explicitation, verbalisation

• **Les résultats d'une table sont réguliers** : pour la table de 8, ils vont de 8 en 8.
• **La ligne et la colonne d'un même nombre comportent les mêmes résultats :** on retrouve ainsi le fait que les résultats vont par deux : exemples, 3 x 8 = 8 x 3 = 24   9 x 4 = 4 x 9 = 36.
• **Cela se traduit aussi par une symétrie par rapport à la diagonale des carrés** (propriété à montrer expérimentalement, mais pas à formuler de cette façon)
• **La table de 9 est particulière si on regarde les résultats :**

- Le chiffre des dizaines vaut 1 de moins que l'autre facteur : 2 x 9 = 18   3 x 9 = 27   4 x 9 = 36
- Le chiffre des dizaines augmente de 1 en 1 et celui des unités diminue de 1 en 1.
- Si on additionne le chiffre des dizaines et celui des unités, on trouve toujours 9.

• **Le résultat d'un produit** (par exemple 4 x 7) correspond au nombre de cases du rectangle dont une diagonale va de la case (1 x 1) à la case (4 x 7). C'est aussi le nombre de cases du rectangle dont une diagonale va de la case (1 x 1) à la case (7 x 4), ce qu'on peut voir en déplaçant le rectangle. **On retrouve l'égalité 4 x 7 = 7 x 4**.

Extrait du Guide de l'enseignant, Unité 3, séance 4.

Il faut noter que, contrairement à l'addition où une partie seulement du répertoire peut être mémorisée permettant la reconstruction instantanée des résultats de l'autre partie, le répertoire multiplicatif, pour être efficace, doit être complètement mémorisé, ce qui est attendu à la fin du CE2, mais nécessite encore un entrainement tout au long du cycle 3.

– **L'entrainement, à partir d'exercices variés (interrogation orale, jeux, logiciels interactifs…) est également nécessaire**, mais reste insuffisant si les relations entre calculs ne sont pas travaillées**.**

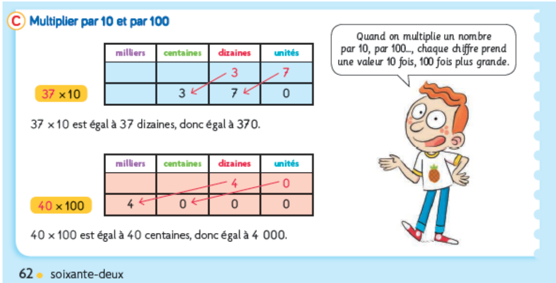
Les interrogations sur le répertoire doivent être diverses et évoluent notamment en fonction du vocabulaire maitrisé par les élèves :

- *6 fois 5 ?* (calcul de produits)
- *Combien de fois 5 dans 30 ?, Par quel nombre faut-il multiplié 5 pour obtenir 30 ?* (recherche d'un facteur)
- *30 divisé par 5 ?* (recherche d'un quotient).

Des questions du type « *Combien de fois 5 dans 17 ?* » ou « *Quels sont le quotient et le reste de la division de 17 par 5* ? » sont également envisagées très progressivement.

► La multiplication par 10 et par 100

Avant d'être automatisée la multiplication d'un nombre par 10 ou par 100 fait l'objet d'une approche raisonnée en lien avec la numération décimale, la « règle des 0 » n'étant formalisée qu'ensuite.



Extrait du Fichier CE2, Dico-Maths C, p. 62

Il s'agit de faire prendre conscience aux élèves que multiplier un nombre par 10 revient à donner à chacun de ces chiffres une valeur 10 fois plus grande.

Ainsi, comme le montre l'extrait du dico-maths CE2 ci-dessus, synthèse d'une activité conduite avec les élèves à la suite d'une activité de recherche, sur l'exemple de 37 × 10, on part de *3 dizaines 7 unités* pris 10 fois, ce qui donne 30 dizaines 70 unités donc, comme 10 dizaines = 1 centaine et 10 unités = 1 dizaine, on obtient 3 centaines 7 dizaines, donc 370.

Cette compréhension fondamentale est justifiée avec le matériel de numération. Elle peut être illustrée avec le glisse-nombre (tableau de numération sur lequel les cartons-chiffres peuvent être déplacés) :

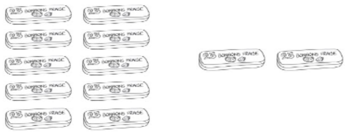
Les 3 dizaines sont devenues 3 centaines et les 7 unités sont devenues 7 dizaines.

Cap Maths CE2

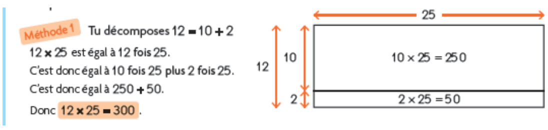
Le calcul réfléchi, mental ou en ligne

Comme pour l'addition ou la soustraction, une caractéristique essentielle du calcul réfléchi est que, pour un même calcul, il existe toujours plusieurs procédures possibles. Prenons l'exemple du calcul de 12 × 25.

– Il est possible de décomposer 12 en 10 + 2 et d'utiliser un raisonnement verbalisé par *12 fois 25, c'est 10 fois 25 plus 2 fois 25, c'est donc 250 + 50*.
Ce raisonnement peut être illustré à l'aide de schémas comme :



Ou comme celui-ci :

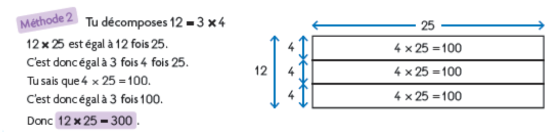


Extrait du Fichier de l'élève, Dico-Maths B, p. 86.

On a alors utilisé la propriété de distributivité de la multiplication sur l'addition.

– On peut penser également à décomposer 12 en 3 × 4 et à utiliser un raisonnement verbalisé par *12 fois 25, c'est 3 fois 4 fois 25.* Ce raisonnement peut aussi être illustré à l'aide de schémas comme :

Ou comme celui-ci :



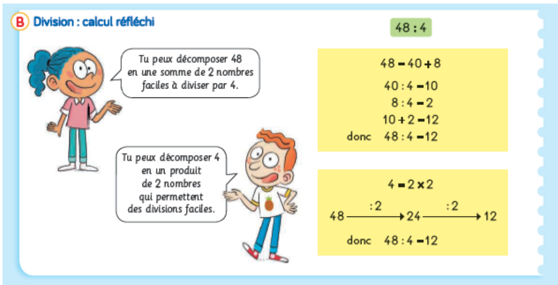
Extrait du Fichier de l'élève, Dico-Maths B, p. 86.

On a alors utilisé la propriété d'associativité de la multiplication.

Souvent, plusieurs procédures sont d'égale efficacité. Il est donc important de ne pas focaliser les élèves sur une seule procédure et d'inciter chaque élève à choisir une procédure qui lui convient, lui laisser un temps suffisant pour l'élaborer et la mener à bien, puis à en changer plus tard en fonction des calculs proposés.
Pour permettre aux élèves de s'approprier des procédures qu'ils n'ont pas imaginées, des temps doivent être consacrés à l'explicitation et à la verbalisation des procédures utilisées et à leur illustration par un écrit ou à l'aide d'un matériel.

L'étude de ces procédures sera prolongée au CM1.

Pour la division, des procédures de même nature peuvent être mises en évidence, comme dans cet exemple :

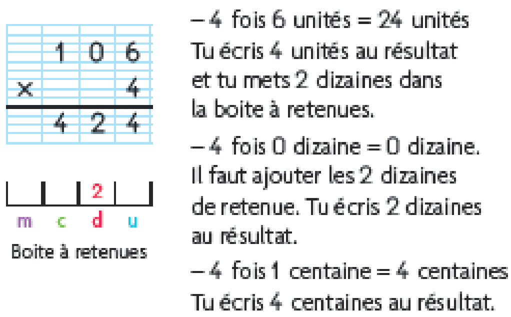


Extrait du Fichier de l'élève, Dico-Maths B, p. 110.

Le calcul posé pour la multiplication

La technique traditionnelle de la **multiplication posée en colonnes** est abordée au CE2. Elle est mise en place en insistant sur la compréhension des différentes étapes en relation avec les propriétés de la multiplication mises en œuvre.

Dans un premier temps, les élèves apprennent à multiplier par un nombre inférieur à 10.

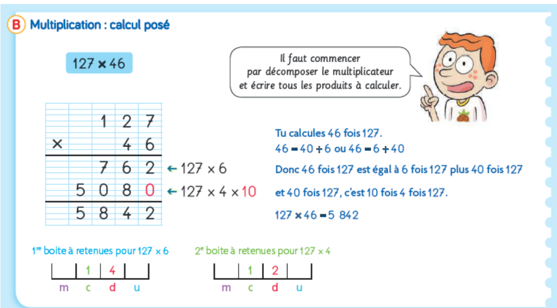


Extrait du Fichier de l'élève, Dico-Maths C, p. 74.

Le premier facteur (106) est décomposé en unités de numération :
106 = 1 centaine + 6 unités.
Chaque terme de la décomposition est multiplié par 4 et les retenues sont stockées dans une boite à retenues pour ne pas être oubliées.

Dans un deuxième temps, les élèves apprennent à multiplier par un nombre multiple simple de 10.
Comme pour le calcul réfléchi, multiplier un nombre par exemple par 40 revient à le multiplier par 4, puis à multiplier le résultat par 10. La propriété d'associativité de la multiplication permet de justifier cette procédure : « comme 40 c'est 10 fois 4, calculer 40 fois 106, revient à calculer 10 fois 4 fois 106, donc à multiplier par 10 le résultat de 4 fois 106 ».

Dans un troisième temps, il devient alors possible de multiplier un nombre par un nombre écrit avec 2 chiffres.



Extrait du Fichier de l'élève, Dico-Maths B, p. 98.

Dans le calcul posé de 127 par 46, la distributivité de la multiplication sur l'addition permet de justifier la présence des deux lignes de calculs intermédiaires. Pour être comprise des élèves, cette propriété est formulée à l'aide du mot « fois » : « calculer 46 fois 127, c'est calculer, d'abord 6 fois 127, puis encore 40 fois 127 et ajouter les deux résultats obtenus . »

Cela justifie que dans la 2e boite à retenues, on écrive « 2 dizaines » qui résultent du calcul des 7 unités par 4 (résultat 28 unités, donc 2 dizaines et 8 unités) et non « 2 centaines » qui résulteraient du calcul de 7 unités par 40. En effet, sur cette deuxième ligne, la multiplication par 40 est décomposée en multiplication par 4 puis par 10 ou par 10 puis par 4, ce qui incite à écrire d'abord un 0 dans le résultat pour les unités.