

Ce document explique les choix défendus par Cap Maths pour ce domaine depuis sa première édition :

♦ **Construire le sens de la grandeur** : Les chercheurs ont mis en évidence l'importance de comprendre la grandeur travaillée, et ce, **avant d'aborder sa mesure**. La **grandeur** est une propriété particulière, physique ou géométrique, d'un objet. La **mesure** est un nombre qui quantifie cette grandeur, une unité étant choisie. La notion de longueur se conçoit, par exemple en comparant la longueur de deux bâtons ou de deux bandes de papier. Les notions de contenance et de masse doivent être construites dans des expériences de transvasement d'un récipient à un autre ou de soupesée d'objets, avant d'envisager un mesurage avec un instrument et une certaine unité. La notion de durée est plus abstraite, les comparaisons directes de durées étant plus difficiles à réaliser.

♦ **Appuyer l'apprentissage de la grandeur et de la mesure sur la résolution de problèmes dans des contextes matériels ou sociaux** : c'est en résolvant des problèmes proches de ceux posés dans la vie courante que les élèves comprennent les notions en jeu et construisent des procédures adéquates. Ces problèmes sont de plusieurs types :

- problèmes où interviennent **les grandeurs sans leur mesure** et qui permettent d'en construire le sens, par exemple : comparaison de surfaces suivant leurs aires, en les superposant ou en les transformant, comparaison de longueurs à l'aide d'une bande de papier ;
- problèmes amenant à une **estimation de mesure** et à une **mesure effective par report d'une unité ou en utilisant un instrument** (instruments de mesure de longueur, balances, horloges, chronomètres ...) et à utiliser les unités usuelles ;
- problèmes demandant des **comparaisons ou des calculs de mesures**, par exemple : recherche d'une masse totale, d'une distance, d'un rapport de contenance, d'une durée. Ces problèmes peuvent nécessiter d'exprimer les mesures dans la même unité et de prendre des informations sur des documents divers (horaires de transports, plans, cartes...).

Les apprentissages sur les **longueurs, contenance et durées** se consolident, se

complètent et se structurent au CM1. De nouvelles notions sont introduites, comme **le périmètre, l'aire, et l'angle** (pour cette dernière, se reporter à la partie Géométrie).

■ Longueur

La **grandeur longueur** a été construite au cycle 2. Des longueurs ont été ensuite mesurées ou calculées et exprimées dans des unités usuelles (cm, m, dm, mm, km). Au CM1, la connaissance de ces unités est renforcée avant de découvrir **l'ensemble du système métrique** (du mm au km).

Il est important que les élèves construisent un **ordre de grandeur** pour ces unités, en se référant aux instruments de mesure (double décimètre, mètre pliant, décamètre...) ou en mémorisant des grandeurs dans leur environnement : « la longueur de ma règle fait environ 2 dm, la règle de tableau mesure 1 m, la distance de l'école à la mairie est 2 km »...

À ce sujet, il faut être vigilant avec les représentations agrandies ou réduites au tableau, elles ne sont à utiliser que si nécessaire en insistant sur le fait que les longueurs ne sont pas en vraie grandeur. **Les élèves mémorisent les relations entre ces unités** (par exemple : $1 \text{ km} = 1\,000 \text{ m}$; $1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$; $1 \text{ cm} = 10 \text{ mm}$) et les utilisent pour exprimer une mesure dans une autre unité, éventuellement en faisant des calculs intermédiaires.

Exemple : Pour exprimer 5 dam en cm.

On sait que $1 \text{ dam} = 10 \text{ m}$, donc
 $5 \text{ dam} = 5 \times 10 \text{ m} = 50 \text{ m}$ et que
 $1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$, donc
 $5 \text{ dam} = 50 \times 100 \text{ cm} = 5\,000 \text{ cm}$.

■ Périmètre

Le choix est fait au CM1 de privilégier **le sens** de la notion. Le périmètre d'une surface est défini comme la **longueur** de la ligne fermée qui en constitue le bord : si la surface est un **polygone**, le périmètre est la longueur de la ligne brisée qui en est le pourtour et donc égal à **la somme des longueurs des côtés du polygone**. La construction au compas d'un segment ayant même longueur que le périmètre d'une figure permet de renforcer le sens du concept.

Dans le cas du carré ou du rectangle, les égalités connues entre longueurs des côtés permettent de simplifier le calcul du

périmètre : ainsi le périmètre du carré pourra être calculé comme 4 fois la longueur de son côté.

Exemple : Pour calculer le périmètre d'un carré de côté 3 cm 5 mm,

on calcule $4 \times 3 \text{ cm } 5 \text{ mm}$
 $= 12 \text{ cm } 20 \text{ mm} = 12 \text{ cm} + 2 \text{ cm} = 14 \text{ cm}$

ou bien $4 \times 35 \text{ mm} = 140 \text{ mm} = 14 \text{ cm}$,
 puisque $1 \text{ cm} = 10 \text{ mm}$.

La mémorisation des formules du périmètre pour le carré et le rectangle et leur utilisation systématique relèvent du CM2.

■ Aire

L'aire est une propriété d'une surface qui doit être distinguée d'autres propriétés : ses dimensions, son périmètre, sa forme... Le choix est fait au CM1 de **privilégier la construction du sens de la grandeur** : deux surfaces ont la même aire si elles sont superposables directement ou après transformation licite de l'une d'entre elles.

Dans des situations portant sur des surfaces dessinées pouvant être découpées et manipulées, les élèves sont amenés à :

- comparer des aires par superposition, découpage et recollement de surfaces ;
- construire des surfaces ayant même aire qu'une surface donnée ;
- trouver des relations (double, moitié, triple...) entre des aires, c'est-à-dire déterminer combien de fois une aire est contenue dans une autre, ce qui permettra de comprendre ce qu'est la mesure.

Une unité d'aire étant choisie, la **mesure d'une aire** est le nombre d'unités contenues dans l'aire considérée. La mesure est réalisée en CM1 par pavage de la surface avec une surface dont l'aire est une unité. Elle est plus facilement obtenue si la surface est dessinée sur un réseau ou un quadrillage, l'unité étant l'aire de la maille du quadrillage ou du réseau, qui peut être carrée ou d'une autre forme.

Le calcul de l'aire d'une surface rectangulaire peut être envisagé au CM1, mais la construction de la formule, sa mémorisation et son emploi systématique relèvent du CM2. Les unités conventionnelles de mesure d'aire (cm^2 ,

dm^2 , m^2) et leurs relations seront abordées au CM2.

■ Contenance et volume

Au CE1 et au CE2, les élèves ont construit des connaissances relatives à la grandeur **contenance**. Cap Maths propose de revenir au CM1 sur la **construction de cette grandeur**. Les élèves sont confrontés à une **expérimentation matérielle** dans un problème de comparaison de contenance de récipients de la vie courante, résolu en effectuant des transvasements et en prenant en compte des mesures. Les élèves sont amenés à utiliser **les unités usuelles de contenance** (du cL à l'hL) ainsi que leurs relations. Il est important que les élèves acquièrent un **ordre de grandeur** pour ces unités en mémorisant des mesures références (une brique de lait a une contenance de 1L ; un verre a une contenance de 10 à 15 cL...).

La notion de **volume est plus délicate à concevoir**, car une situation de comparaison s'appuyant sur du matériel est difficile à mettre en place. La grandeur est approchée par sa mesure dans des situations de dénombrement de cubes dans des assemblages en trois dimensions. Cette approche sera poursuivie au CM2, ou des mesures pourront être trouvées par dénombrement des cm^3 contenus dans un objet. Mais l'étude des **unités de volume** (cm^3 , dm^3 , m^3) et de leurs relations en lien avec le calcul du volume du pavé relève de la 6^e.

■ Unités de mesure

Les connaissances acquises au cycle 2 sur les unités de mesure de **longueurs, contenances et masses** sont renforcées¹.

Les principaux objectifs du CM1 concernent la mise en relation des différentes unités dans un système cohérent (le **Système International d'unités**²) et la compréhension du caractère décimal de ce système, en lien avec les **unités de numération**.

Il s'agit de faire comprendre la signification **des préfixes** utilisés pour dénommer les

¹ Cap Maths choisit de revenir brièvement sur les masses en proposant des problèmes d'estimation et de détermination de masses à l'aide d'une balance.

² Le Système International (SI) d'unités est fixé par le Bureau International des Poids et Mesures (créé en 1875).

Les définitions (et les symboles) des unités sont modifiés de temps à autre pour suivre l'évolution des techniques de mesure. Plus de renseignements sont disponibles sur : <http://www.bipm.org/en/measurement-units/>

multiples et sous-multiples du mètre, gramme, litre en **termes de groupement ou de fraction de ces unités**.

Progressivement, du CM1 au CM2, des situations amènent les élèves à repérer l'existence de **ces préfixes** et à comprendre leurs significations :

– mise en lien avec la **relation numérique entre unités** :

1 mètre = 100 centimètres

1 kilomètre = 1 000 mètres

1 litre = 100 centilitres

1 kilogramme = 1 000 grammes

– puis, expression avec les **unités de numération** :

1 centimètre = 1 centième de mètre

1 kilomètre = 1 millier de mètres

1 centilitre = 1 centième de litre

1 kilogramme = 1 millier de grammes

Les élèves doivent également comprendre que **deux unités voisines référées à une même grandeur** (comme dm et cm) **sont dans un rapport de 10** : 1 dm = 10 cm et 1 cm = 1/10 dm.

Les élèves utilisent ces relations pour réaliser des **conversions**.

Dans le document ressource *Grandeurs et mesures au cycle 3*, il est mentionné : « *Les tableaux des unités (ou tableaux de conversions) sont des outils efficaces pour institutionnaliser la suite des préfixes dès le cours moyen, mais les conversions s'appuyant sur les relations connues ou le sens des préfixes restent néanmoins requises, et non l'utilisation mécanique de tableaux de conversion.* » Il n'est pas utile de convoquer un tableau dans des tâches simples comme la recherche de l'expression de 2 m en cm ou de 20 kg en g. Mais dans des tâches plus complexes, comme la comparaison de plusieurs grandeurs exprimées dans des unités différentes, l'utilisation d'un tel tableau peut présenter un intérêt. Nous avons choisi de reporter l'apprentissage de l'utilisation d'un tel tableau au CM2 avec celui de l'écriture à virgule d'une mesure lorsque les connaissances des unités de numération (jusqu'au millième) et la compréhension du caractère décimal du système de mesure sont stabilisées.

Le tableau dit de conversion est en fait un tableau de numération où l'unité est mobile. Pour l'utiliser en y mettant du sens, les élèves doivent avoir compris que deux unités voisines sont dans un **rapport de 10** : toute unité est égale à une dizaine d'unités immédiatement plus petites et au dixième de l'unité immédiatement plus grande, ce qui est travaillé dès le CM1, mais souvent bien assimilé **qu'à partir du CM2**.

Ceci est à mettre en parallèle avec l'utilisation d'une **écriture à virgule** pour exprimer une mesure. En CE2 et en CM1, les mesures sont exprimées par une **notation complexe** utilisant des nombres entiers et plusieurs unités (par exemple : 2 m 30 cm ou 3 kg 400 g). Elles peuvent être exprimées par une écriture à virgule (par exemple : 2,3 m ou 3,4 kg) dans une seule unité. Pour le réaliser, les élèves doivent mettre en relation ce qu'ils ont compris de l'écriture à virgule et des équivalences entre unités de mesure :

$$2,3 \text{ m} = 2\text{m} + \frac{3}{10} \text{ m} = 2 \text{ m} + 3 \text{ dm} = 2 \text{ m } 30 \text{ cm}$$

$$3,4 \text{ kg} = 3 \text{ kg} + \frac{4}{10} \text{ kg} = 3 \text{ kg} + 4 \text{ hg} = 3 \text{ kg } 400 \text{ g.}$$

■ Durées

À la suite de ce qui a été travaillé au cycle 2, les élèves sont amenés à :

- connaître les **unités de durée** : millénaire, siècle, décennie, année, mois, semaine, jour, heure, minute, seconde ;
- **lire l'heure** sur différentes horloges en heures, minutes et secondes ;
- **utiliser les équivalences entre unités pour calculer des durées ou des dates ou des horaires**.

En début de CM1, une situation permet de revenir sur la **lecture de l'heure** en heures et minutes, de comprendre le rôle de la trotteuse ou de l'affichage des secondes et de revoir les relations entre unités par la compréhension du fonctionnement des horloges à aiguilles et à affichage digital.

Ensuite, Cap Maths propose **des situations dans des contextes divers, proches de la vie courante**. À ces contextes sont attachés des choix d'unités, des problèmes et des procédures de résolution différentes. On peut lister ces contextes et les procédures associées :

- **Temps long en référence au calcul d'âges ou d'années** : les unités utilisées sont l'année, voire la décennie, le siècle ou le millénaire. Les

³https://cache.media.eduscol.education.fr/file/Mathematiques/16/8/RA16_C3_MATH_grand_mesur_N.D_60916_8.pdf

procédures peuvent relever du comptage ou du calcul.

- **Temps long en référence au calendrier de l'année ou des années proches, calcul de dates, de durées** : les unités sont le jour, la semaine, le mois, l'année. Les procédures peuvent relever du comptage sur le calendrier ou du calcul ; elles peuvent s'appuyer sur un schéma linéaire mettant les dates en chronologie.
- **Temps court en référence à l'horloge, calcul d'horaires, de durées, de sommes de durées** : les unités sont la minute, l'heure, éventuellement la seconde. Les raisonnements peuvent être conduits en évoquant le déplacement des aiguilles sur une horloge à cadran ou être représentés par des schémas linéaires ; ils utilisent les relations entre unités (1 h = 60 min ; 1 min = 60 s).

Exemples : Pour trouver la durée entre 16 h 51 et 23 h 11,

horaires	16 h 51	17 h	23 h	23 h 11
durées	9 min	6 h	11 min	

La durée totale est :

$$9 \text{ min} + 6 \text{ h} + 11 \text{ min} = 6 \text{ h } 20 \text{ min.}$$

Pour additionner deux durées 3 min 35 s et 4 min 42 s, on peut additionner séparément minutes et secondes, pour obtenir 7 min 77 s, puis utiliser l'équivalence 1 min = 60 s, pour arriver à 8 min 17 s.

Conformément aux programmes, les techniques de calcul posé en base sexagésimale ne sont pas abordées. Les problèmes proposés font donc appel au **calcul réfléchi en mobilisant explicitement les relations entre unités**.