Chapitre 19 p. 560

52 Résolution de problème Des bus qui biberonnent

QUESTIONS PRÉLIMINAIRES

a. On établit l'équation différentielle de la tension aux bornes du condensateur en utilisant la loi des mailles (1), la loi d'Ohm (2), puis la relation courant-tension du condensateur (3) :

$$u_c + u_R - E = 0 \qquad (1)$$

$$u_c + Ri = E \qquad (2)$$

$$u_c + RC\frac{du_C}{dt} = E \qquad (3)$$

soit

$$\frac{du_C}{dt} + \frac{u_C}{RC} = \frac{E}{RC}$$

b. La condition initiale lors de la recharge est $u_c(0) = \frac{U_{max}}{2}$ car la tension ne doit pas être inférieure à la moitié de celle maximale d'utilisation. La condition finale est $u_c = U_{max}$.

PROBLÈME

La forme générale de la solution de l'équation différentielle est $u_c(t) = E + Ae^{-\frac{t}{RC}}$.

La condition initiale est $u_c(0) = \frac{U_{max}}{2}$.

On peut donc écrire $u_c(t) = E + \left(\frac{U_{max}}{2} - E\right)e^{-\frac{t}{RC}}$.

On cherche le temps t_f au bout duquel la charge est terminée, c'est-à-dire $u_c(t_f) = U_{max}$:

$$U_{max} = E + \left(\frac{U_{max}}{2} - E\right)e^{-\frac{t_f}{RC}}$$

$$\frac{U_{max} - E}{\frac{U_{max}}{2} - E} = e^{-\frac{t_f}{RC}}$$

$$-\frac{t_f}{RC} = \ln\left(\frac{U_{max} - E}{\frac{U_{max}}{2} - E}\right) \simeq -1{,}1$$

La durée de chargement est très proche du temps caractéristique $\tau = RC$ (car $t_f = 1{,}1RC$). Cela permet de procéder à une estimation de la résistance R maximale du circuit de recharge. Le temps de chargement devant être $t_f = 20$ s, on trouve $R = \frac{t_f}{C} = \frac{20}{2 \times 10^2} = 0{,}1\ \Omega$.

Cette résistance est assez faible. De plus, elle est associée à un courant électrique assez élevé en début de charge, de l'ordre de 20 A. Cela suggère donc que la modélisation de la charge est possiblement incomplète.